Universität des Saarlandes
Christian Bender
Nikolaus Schweizer

10. Mai 2013

Diskrete Finanzmathematik

4. Übungsblatt

Aufgabe 1. (2 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Betrachten Sie ein endliches Ein-Perioden-Modell $\mathcal{M}$ mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $D = 1$, $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$, $\mathcal{F}_1 = 2^\Omega$ $S_t^0 = 1$ für $t = 0, 1$ und

$$S_0^1 = 12,\ S_1^1(\omega_1) = 15,\ S_1^1(\omega_2) = 9,\ S_1^1(\omega_3) = 6$$

a) Bestimmen Sie alle linearen Preissysteme in $\mathcal{M}$.

b) Berechnen Sie $\mathcal{I}_\xi := \{\pi(\xi),\ \pi \text{ lineares Preissystem}\}$ für $\xi = \text{Call}(7, 1, 1)$.

c) Zeigen Sie, dass zu jedem $\xi \in L_0(\mathcal{F}_1)$ reelle Zahlen $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ existieren mit

$$\xi = \alpha_0 S_0^1 + \alpha_1 S_1^1 + \alpha_2 \text{Call}(7, 1, 1).$$

d) Folgern Sie aus b) und c):

$$\xi \in L_0(\mathcal{F}_1) \setminus \mathcal{H} \iff \mathcal{I}_\xi \text{ ist ein offenes Intervall.}$$

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Es sei $\mathcal{M}$ ein arbitragefreies, endliches Ein-Perioden-Modell. Zeigen Sie, dass die Menge

$$\mathcal{I}_\xi := \{\pi(\xi),\ \pi \text{ lineares Preissystem}\}$$

für jeden Kontrakt ξ ein Intervall ist.

Hinweis: *Zeigen Sie zunächst, dass die Menge der linearen Preissysteme konvex ist. Folgern Sie daraus, dass $\mathcal{I}_\xi$ eine konvexe Teilmenge von $\mathbb{R}$ sein muss.*

Abgabe: Freitag, 17.05.2013, in der Vorlesung