

Diskrete Finanzmathematik

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. (3 Punkte)

Es sei Ω ein endlicher Stichprobenraum und \mathcal{F} eine σ -Algebra auf Ω . Zeigen Sie, dass das Atomsystem von \mathcal{F} eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Es sei \mathcal{M} ein endliches 1-Perioden-Modell mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$, $D = 1$, sowie $S_0^0 = 100$, $S_1^0 = 110$ und

$$S_0^1 = 80, S_1^1(\omega_1) = x, S_1^1(\omega_2) = 100.$$

- Für welche Werte von $x \in \mathbb{R}$ ist der Markt vollständig?
- Für welche Werte von $x \in \mathbb{R}$ existieren äquivalente Martingalmaße? Welche?
- Es gibt Werte von x , für die der Markt vollständig ist, aber kein äquivalentes Martingalmaß besitzt. Warum ist dies kein Widerspruch zum zweiten Fundamentalsatz?

Aufgabe 3. (2 Punkte)

Zeigen Sie: Falls in einem endlichen Markt \mathcal{M} das Gesetz von der Eindeutigkeit des Preises (LOP) verletzt ist, so gibt es für alle replizierbaren Kontrakte $\xi \in \mathcal{H}$ und alle reellen Zahlen $v \in \mathbb{R}$ ein Portfolio $\varphi \in \mathcal{A}^{sf}$ mit $V_T(\varphi) = \xi$ und $V_0(\varphi) = v$.

Abgabe: Freitag, 31.05.2013, in der Vorlesung