

Diskrete Finanzmathematik

9. Übungsblatt

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Es sei (Ω, \mathcal{F}, Q) ein Wahrscheinlichkeitsraum mit Filtrierung $(\mathcal{F}_t)_{t=0, \dots, T}$ und zugehörigem Atomsystem $(\mathcal{P}_t)_{t=0, \dots, T}$. Zeigen Sie, dass für alle $\eta, \xi \in L_0(\mathcal{F}_T)$ und $0 \leq t \leq T$ die folgenden Aussagen gelten:

- (i) $E^Q[\xi + \eta | \mathcal{F}_t] = E^Q[\xi | \mathcal{F}_t] + E^Q[\eta | \mathcal{F}_t]$.
- (ii) Für $t < T$, $E^Q[\xi | \mathcal{F}_t] = E^Q[E^Q[\xi | \mathcal{F}_{t+1}] | \mathcal{F}_t]$.
- (iii) Falls η \mathcal{F}_t -messbar ist, gilt $E^Q[\eta \xi | \mathcal{F}_t] = \eta E^Q[\xi | \mathcal{F}_t]$.
- (iv) Aus $\eta \leq \xi$ folgt $E^Q[\eta | \mathcal{F}_t] \leq E^Q[\xi | \mathcal{F}_t]$.

Aufgabe 2. (3 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für den Markt aus Blatt 7 Aufgabe 2 die Dimension des Raums der replizierbaren Kontrakte.
- b) Ändern Sie den Markt, indem Sie $S_1^1(\omega_5) = 63$ setzen. Welche Dimension des Raums der replizierbaren Kontrakte ergibt sich?

Abgabe: 28. Juni vor der Vorlesung