Prof. Dr. Christian Bender
Dr. Robert Knobloch

Universität des Saarlandes, SoSe 2013
26. April 2013

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

2. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zu Beispiel 1.2. Seien $n \in \mathbb{N}$ und $q \in [0,1]$. Zeigen Sie, dass die Abbildung $p : \{0,1\}^n \to [0,1]$, welche durch

$$\forall\, i_1, \ldots, i_n \in \{0,1\} : \quad p(i_1, \ldots, i_n) = q^{\sum_{j=1}^n i_j}(1-q)^{n-\sum_{j=1}^n i_j}$$

gegeben ist, eine Zähldichte auf $\Omega = \{0,1\}^n$ definiert.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Es seien P und Q zwei Wahrscheinlichkeitsmaße auf einem diskreten messbaren Raum $(\Omega, 2^\Omega)$.

(i) Es gelte $P(A) = Q(A)$ für alle $A \in 2^\Omega$ mit $P(A) \leq 1/2$. Zeigen Sie, dass dann $P = Q$ folgt.

(ii) Es gelte $P(A) = Q(A)$ für alle $A \in 2^\Omega$ mit $P(A) < 1/2$. Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels, dass dann $P \neq Q$ möglich ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz folgender Verteilungen:

(i) Geometrische Verteilung mit Parameter $q \in (0,1]$ (vgl. Beispiel 1.10)

(ii) Poisson-Verteilung mit Parameter $\lambda > 0$ (vgl. Beispiel 1.12)

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zu Beispiel 2.6. Wir betrachten folgende Ereignisse beim zweimaligen Wurf mit einer fairen Münze:

$$A_1 = \text{"erster Wurf zeigt Kopf"},$$
$$A_2 = \text{"zweiter Wurf zeigt Kopf"},$$
$$A_3 = \text{"erster Wurf=zweiter Wurf"}.$$

Zeigen Sie, dass die Ereignisse A_1, A_2 und A_3 paarweise unabhängig, aber nicht stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Wir betrachten folgende Ereignisse beim einmaligen Wurf mit einem fairen Würfel:

$$A_1 = \text{"Die Augenzahl ist 1 oder 3 oder 5 oder 6"},$$
$$A_2 = \text{"Die Augenzahl ist 2 oder 5 oder 6"},$$
$$A_3 = \text{"Die Augenzahl ist 2 oder 4 oder 6"}.$$

Sind die Ereignisse A_1, A_2 und A_3 stochastisch unabhängig?