

Diskrete Finanzmathematik

Blatt 5

Aufgabe 1 Es sei $\mathcal{M} := (\Omega, \mathcal{F}, P, (S_t)_{t \in \{0,1,2\}}, (\mathcal{F}_t)_{t \in \{0,1,2\}}, \mathcal{A}^{sf})$ ein endlicher Markt mit $D := 1$ und $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_7\}$. Es seien $S_t^0 := 100 + 5t$ für $t = 0, 1, 2$ sowie

$$S_0^1 := 100, \quad S_1^1(\omega) := \begin{cases} 110, & \omega \in \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\} \\ 90, & \omega \in \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\} \\ 63, & \omega = \omega_7, \end{cases} \quad S_2^1(\omega) := \begin{cases} 120, & \omega = \omega_1 \\ 110, & \omega = \omega_2 \\ 100, & \omega \in \{\omega_3, \omega_4\} \\ 90, & \omega = \omega_5 \\ 75, & \omega = \omega_6 \\ 66, & \omega = \omega_7 \end{cases}$$

und

$$\mathcal{F}_1 := \{(S_1^1)^{-1}(B) : B \text{ Borelmenge in } \mathbb{R}\}.$$

Untersuchen Sie \mathcal{M} auf Arbitragefreiheit.

Aufgabe 2 Es sei $\mathcal{M} := (\Omega, \mathcal{F}, P, (S_t)_{t \in \{0,1,2\}}, (\mathcal{F}_t)_{t \in \{0,1,2\}}, \mathcal{A}^{sf})$ ein endlicher Markt mit $D := 1$ und $\Omega := \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$. Es seien $S_t^0 := 100$ für $t = 0, 1, 2$ sowie

$$S_0^1 := 100, \quad S_1^1(\omega) := \begin{cases} 110, & \omega \in \{\omega_1, \omega_2\} \\ 90, & \omega \in \{\omega_3, \omega_4\}, \end{cases} \quad S_2^1(\omega) := \begin{cases} 120, & \omega = \omega_1 \\ 100, & \omega \in \{\omega_2, \omega_3\} \\ 80, & \omega = \omega_4 \end{cases}$$

und

$$\mathcal{F}_1 := \{(S_1^1)^{-1}(B) : B \text{ Borelmenge in } \mathbb{R}\}.$$

Bestimmen Sie ein äquivalentes Martingalmaß für \mathcal{M} .