Diskrete Finanzmathematik

Blatt 7

Aufgabe 1 Es sei $\xi := (R - S_K)_+$ eine Europäische Put-Option im CRR-Modell, wobei R den Ausübungspreis bezeichne. Zeigen Sie, dass

$$\hat{\pi}(\xi) = \frac{R}{(1+r)^K} G(m(R), K, q) - S_0 G(m(R), K, q^*)$$

gilt, wobei

$$\begin{aligned} G(k, K, p) &:= \sum_{j=0}^{k} \binom{K}{j} p^j (1-p)^{K-j}, \\ m(R) &:= \sup\left\{ n \in \mathbb{N} : n < \frac{\log\left({}^{R}/_{S_0(1+y_b)^K} \right)}{\log\left(\frac{1+y_g}{1+y_b} \right)} \right\}, \\ q^* &:= q\frac{1+y_g}{1+r} = \frac{r-y_b}{y_g-y_b}\frac{1+y_g}{1+r}. \end{aligned}$$

Leiten Sie mit Hilfe der Put-Call-Parität eine entsprechende Formel für eine Europäische Call-Option her.

Aufgabe 2 *Zu Lemma 4.2.2.* Zeigen Sie, dass

$$u_f(t-1, x) = q \cdot u_f(t, x(1+y_g)) + (1-q) \cdot u_g(t, x(1+y_b))$$

gilt.

Aufgabe 3 *Zu Lemma 4.3.1.* Zeigen Sie, dass die vor Lemma 4.3.1 eingeführte Parametrisierung die Annahmen 1. und 2. erfüllt und, dass

$$\lim_{K\to\infty} \frac{\mathrm{Var}(R_{t,K})}{\sigma^2 \frac{T}{K}} = 1$$

gilt.