

Operatorhalbgruppen, Markovsche Prozesse und Evolutionsgleichungen  
Übungsblatt 5 (15 Punkte)

Abgabe: Vor der Vorlesung, 17.01.2019.

---

**Aufgabe 14. (3+4+2=9 Punkte)**

- a) Für die Wärmeleitungshalbgruppe (oder Brownsche Halbgruppe) auf dem Raum  $C_\infty(\mathbb{R}^1)$  und für  $\lambda > 0$  finde  $R_\lambda$  in der Form eines Integraloperators.

*Hinweis: Benutze Aufgabe 9 (a).*

- b) Sei  $b > 0$ . Für die Translationshalbgruppe  $(T_b(t))_{t \geq 0}$  (vgl. Aufgabe 5) auf dem Raum  $C_\infty(\mathbb{R}^1)$  und für  $\lambda > 0$  finde  $R_\lambda$  in der Form eines Integraloperators.

*Hinweis: Finde die Fouriertransformation der Funktion  $f(x) = e^{-x} \chi_{[0, +\infty)}$ , wobei  $\chi_A$  die Indikatorfunktion der Menge  $A$  ist.*

- c) Sei  $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und beschränkt. Für die Multiplikationshalbgruppe  $(T_v(t))_{t \geq 0}$  (vgl. Aufgabe 4) auf dem Raum  $C_\infty(\mathbb{R}^1)$  und für  $\lambda$  mit  $|\lambda| > \|v\|_\infty$  finde  $R_\lambda$ .

**Aufgabe 15. (2+2+2=6 Punkte)**

Finde (für (a) und (b) in der Form eines Integraloperators) die Yosida-Approximationen für Erzeuger folgender Halbgruppen auf  $C_\infty(\mathbb{R}^1)$ :

- a) Für die Wärmeleitungshalbgruppe (oder Brownsche Halbgruppe).
- b) Für die Translationshalbgruppe  $(T_b(t))_{t \geq 0}$ , wobei  $b > 0$ .
- c) Für die Multiplikationshalbgruppe  $(T_v(t))_{t \geq 0}$ , wobei  $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und beschränkt ist und  $|\lambda| > \|v\|_\infty$  gilt.

---

Die Übungsblätter sind auf unserer Homepage erhältlich:

[https://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/OHGMPEG/2018\\_index.html](https://www.math.uni-sb.de/ag/fuchs/OHGMPEG/2018_index.html)