

LEHRSTUHL FÜR MATHEMATIK UND IHRE DIDAKTIK

PROF. DR. ANSELM LAMBERT

Vorbereitungsseminar zum fachdidaktischen Praktikum APO 2003 (Stand: 26.11.09)

Aufgaben im Mathematikunterricht

WS 2009/2010

Die Seminarsitzungen sollen i.d.R. so geplant und gestaltet sein,

- dass nach einer kurzen Einführung (ca. 10-30 min je nach Thema) durch die Moderierenden die Teilnehmenden geeignete (parallele oder verteilte) Arbeitsaufträge selbst bearbeiten.
- Am Ende jeder Sitzung soll das Erfahrene und Gelernte zusammengefasst und reflektiert (mind. 10 min) werden.

Wichtig: Spätestens zwei Wochen vor dem Sitzungstermin muss eine vollständige Planung der Sitzung (einschließlich fertig vorbereiteter Arbeitsblätter) vorliegen – sonst entfällt der Schein! Die Präsentationen und Arbeitsblätter müssen auch in elektronischer Form vorliegen. Die erste Vorbesprechung sollte jeweils spätestens (!!!) 4 Wochen vor der Sitzung stattfinden (Beachten Sie dazu auch die angekündigten Sprechstunden!). Es finden pro Sitzung maximal drei Vorbesprechungen statt.

0. Selbststudium:

- a. Lehrpläne und Bildungsstandards: Zu allen Sitzungen gehört auch eine Einordnung des jeweiligen Themas in den relevanten aktuellen saarländischen Lehrplan und in die aktuellen Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss.
- b. Die unten genannten Aufträge an die Sitzungsmoderatoren müssen nicht immer alle in der Sitzung abgearbeitet werden. Es genügt ggf. eine begründete Auswahl.
- c. Die zitierte Literatur (außer den vollständig genannten Büchern) finden Sie als Kopiervorlage im Sekretariat des Lehrstuhls.
- d. Im Laufe des Seminars sind von allen Teilnehmenden je mindestens ein Aufgabenblatt zur Modellbildung und eines zu Aufgaben aus der Zeitung zu entwickeln.
- e. Erwartung an die Studierenden im Praktikum: folgt noch.

1. **Produktive Aufgaben im Mathematikunterricht** nach HERGET, JAHNKE und KROLL

Teil 1: Aufgaben zur Modellbildung – Mathematik als Werkzeug

(14.10.09: Lambert)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- a. Lassen Sie Aufgabe 18, Aufgabe 17, Aufgabe 14 und Aufgabe 8 aus den *Produktiven Aufgaben* von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Seminars bearbeiten.
- b. Abstrahieren Sie (im Plenum) aus den erarbeiteten Lösungen ein Modell von Modellbildung (etwa das Modell von SCHUPP unter Berücksichtigung der Unterscheidung „Geschlossene Modelle“ und „Offene Modelle“ nach FISCHER & MALLE)
- c. Entwerfen Sie selbst (mindestens) zwei ähnliche Aufgabenblätter und stellen sie diese vor.

Literatur:

FISCHER und MALLE: Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Mannheim: BI Wissenschaftsverlag 1985. (insbesondere S. 85-112 und S. 261-268)

HERGET, JAHNKE und KROLL: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin: Cornelsen Scriptor 2001.

LAMBERT: Ein Thema: Modellieren, Modellbildung, Model(l)ing. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2003. Hildesheim: Franzbecker 2003, S. 381-384.

LAMBERT: Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben. In: HERGET et al.: Mathematik im Alltag. Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 10. Franzbecker 2007 (zuvor Universität des Saarlandes Fachrichtung 6.1 Mathematik Preprint Nr. 174)

SCHUPP: Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. In: *Der Mathematikunterricht* 34(1988)6, S. 5-16.
Bearbeitungen durch Lernende.

2. Authentische Modellbildung im Mathematikunterricht

(21.10.09: Lambert)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Recherchieren Sie im Internet aktuelle Handytarife und lassen sie von den Studierenden im Seminar Möglichkeiten des Vergleichs von Handykosten erarbeiten.
- Lassen Sie die Resultate aus a. mit der Aufgabe zum Thema aus den Bildungsstandards vergleichen.
- Verdeutlichen Sie das Risiko unauthentischer Modellbildung an Beispielen zur Anwendung von Mathematik aus Schulbüchern
- Führen Sie vor, dass TetraPaks (z. B. die Einliter-Saftpackung) materialminimierende Verpackungen sind.
- Verdeutlichen Sie das Risiko unauthentischer Modellbildung am Beispiel „Trassenführung“

Literatur:

HENN: Realitätsnaher Mathematikunterricht mit DERIVE. Dümmler 1997. S. 33-38

HISCHER & LAMBERT: Was kostet Telefonieren mit dem Handy? Strukturierung von Daten aus dem Internet. In: *Computer + Unterricht*, Heft 59, 2005, S. 11-15.

LAMBERT: Was kostet telefonieren mit dem Handy? Ein Einblick für den Durchblick. In: EICHHORN, LAMBERT & PETERS: Unterrichten mit Neuen Medien. Sofffrutti 2005, S. 6-15.

LAMBERT: Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben. In: HERGET et al.: Mathematik im Alltag. Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 10. Franzbecker 2007 (zuvor Universität des Saarlandes Fachrichtung 6.1 Mathematik Preprint Nr. 174)

LAMBERT & PETERS: Straßen sind keine Splines. In: Herget, Hischer & Lambert (Hrsg.): Mathematikdidaktik für den Unterricht. In: *mathematica didactica* 28(2005)1, S. 23-43 (zuvor Universität des Saarlandes Fachrichtung 6.1 Mathematik Preprint Nr. 139)

3. Enaktiv–Ikonisch–Symbolische Wege zum Verstehen

(28.10.09: Albrech)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Lassen Sie mit Klickies Körpernetze bauen und vergleichen Sie mit dem Programm Körpernetze von SCHUMANN.
- Beweisen Sie den Eulerschen Polyedersatz operativ.
- Lassen Sie die Gärtnerkonstruktion der Ellipse enaktiv–ikonisch–symbolisch durchführen.
- Lassen Sie die Spiegelwelt (Umkleidekabinen, Löffel) erkunden.

Literatur:

WITTMANN: Geometrie und Wirklichkeit. Vieweg 1986 S. 236-257 und S. 258-285

WITTMANN: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Vieweg 1981 (6., neu bearbeitete Auflage).

Straka/Macke: Lehren und Lernen in der Schule S. 131-146

4. Mathematik auf dem Schulhof

(04.11.09: Piechaczek)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Bauen Sie einen Winkelspiegel und einen Theodoliten.
- Entwerfen Sie eine Bauanleitung (eine DIN-A4-Seite) für einen Winkelspiegel, die auch dem Nichtmathematiker dessen Funktionsweise erklärt.
- Konstruieren Sie mit den Teilnehmenden Ortslinien (z. B. Mittelsenkrechte, Ellipse, Parabel) – auch „auf dem Schulhof“.

Literatur:

- LAMBERT & PETERS (Hrsg.): CaSSiS-Projekt. Aufgaben für den Taschencomputer. Softfrutti. 2004 S.29
HEIDENREICH, LUDWIG & RINGKOWSKI: Vermessung eines Sees. Ein Beispiel für projektartigen Unterricht in Mathematik. ETH Zürich. Bericht No. 01-02. März 2001. S. 6-15
LUDWIG: Projektarbeit <http://www.mathematik.ph-weingarten.de/~ludwig/arbeitsgebiete/Projekte.pdf>
LARGENMÜLLER & SCHMIDT (Hrsg.): Mathematik - Neue Wege 7. Arbeitsbuch für Gymnasien. Schroedel 2001, S. 187
LARGENMÜLLER & SCHMIDT (Hrsg.): Mathematik - Neue Wege 8. Arbeitsbuch für Gymnasien. Schroedel 2002, S. 70
LARGENMÜLLER & SCHMIDT (Hrsg.): Mathematik - Neue Wege 9. Arbeitsbuch für Gymnasien. Schroedel 2003, S. 133

5. Produktive Aufgaben im Mathematikunterricht nach HERGET, JAHNKE UND KROLL
Teil 2: Innermathematische Aufgaben – Mathematik als Spiel
(18.11.09: Haselmaier&Winkelmann)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Lassen Sie im Vorfeld als Hausaufgabe Aufgabe 32 (Ein Quader aus Würfeln), Aufgabe 91 (Mal und plus Eins), Aufgabe 93 (Quadrate im Quadrat) und Aufgabe 98 (Vierecke aus diagonaler Sicht) aus den *Produktiven Aufgaben* von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Seminars bearbeiten.
- Visualisieren Sie bei der Besprechung Aufgabe 93 mit einem Dynamischen Geometriesystem (z. B. EUKLID DYNAGEO), und stellen Sie bei der Besprechung von Aufgabe 98 kurz das *Haus der Vierecke* (Internetrecherche?!) vor.
- Lösen Sie quadratische Ungleichungen, und vergleichen Sie diese mit dem einfachen Mühlespiel aus Lietzmann (1930).
- Stellen Sie „Erraten einer gedachten Zahl“ u. a. aus Lietzmann (1930) vor, und lassen Sie von den Teilnehmenden weitere Beispiele entwickeln.
- Vergleichen Sie die Aufgaben mit themengleichen Aufgaben aus Schulbüchern.

Literatur:

- HERGET, JAHNKE und KROLL: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin: Cornelsen Scriptor 2001.
LIETZMANN: Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen. Ferdinand Hirt 1930. (4., durchgesehene und ergänzte Auflage), *insbesondere*: S. 73 – 86 und 153 – 169.
Schulbücher.

6. Produktive Aufgaben im Mathematikunterricht nach HERGET, JAHNKE UND KROLL.
Teil 3: Aufgaben aus der Zeitung – Mathematik im Alltag
(25.11.09: Breier&Jakobs)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Lassen Sie von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Seminars unterschiedliche Aufgaben aus den *Produktiven Aufgaben*, die aus Zeitungsartikeln entstanden sind, und/oder aus *Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung* bearbeiten.
- Worin besteht der didaktische Mehrwert solcher Aufgaben?
- Entwerfen Sie selbst (mindestens) zwei Aufgaben zu aktuellen Zeitungsartikeln (oder auch Werbeprospekten), und stellen sie diese vor.

Literatur:

- HERGET, JAHNKE und KROLL: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin: Cornelsen Scriptor 2001.
HERGET & SCHOLZ: Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung 1998.

7. Unterrichtsformen: ein dreidimensionales Modell

(02.12.09: Kraus)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Entwerfen Sie ein Gruppenpuzzle mit den Inhalten „Frontalunterricht“, „Gruppenpuzzle“, „Stationenlernen“, „Wochenplan“ und/oder anderen Unterrichtsformen (integrieren Sie dabei auch Beispiele zu diesen aus dem Internet).
- Stellen Sie die nach WIECHMANN bzw. WITTMANN theoretisch möglichen Unterrichtsformen vor (indem Sie die von diesen vorgestellten Aspekte in einem gemeinsamen Modell integrieren).
- Moderieren Sie eine Diskussion zu den von Ihnen ausgewählten Beispielen (auch vor dem Hintergrund des vorgestellten Modells).

Literatur:

- BAUER: Schülergerechtes Arbeiten in der Sekundarstufe I. Stationenlernen. 1997
BARZEL & BÜCHTER & LEUDERS: Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Cornelsen 2007
FREY-EILING & FREY: Gruppenpuzzle. In: Wiechmann (2002), S. 50-57
HEGELE: Stationenarbeit. In: WIECHMANN (2002), S. 58-71
HEROLD & LANDHERR (HRSG.): SOL Selbst organisiertes Lernen Praxisband 2. Schneider Verlag 2005. S. 107-113.
VAUPEL: Wochenplanarbeit. In: WIECHMANN (2002). S. 72-82
WIECHMANN: Frontalunterricht. In: WIECHMANN (2002) S. 20-34
WIECHMANN: Unterrichtsmethoden - Vom Nutzen der Vielfalt. In: WIECHMANN (2002), S. 9-19
WIECHMANN: Zwölf Unterrichtsmethoden. Vielfalt für die Praxis. Beltz. 2002. 3., unveränderte Auflage
WITTMANN: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Vieweg 1981. (6., neu bearbeitete Auflage), S. 16-21 (4.4. Lehrverfahren)

8. Aufgaben zum Problemlösen

(09.12.09: Becker&Sion)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Diskutieren Sie die Unterscheidung „Aufgaben“ vs. „Probleme“.
- Stellen Sie an geeigneten Beispielen aus unterschiedlichen Gebieten der Schulmathematik dar, was man unter Heuristik versteht?
- Stellen Sie Problemlösestrategien nach POLYA vor und lassen sie die Teilnehmenden verschiedene Aufgaben mit diesen Strategien bearbeiten.

Literatur:

- BÜCHTER & LEUDERS: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Cornelsen Scriptor 2005. S. 28-44 (2.2 Problemlösen)
POLYA: Schule des Denkens. Francke 1949
TIETZE & KLIKA & WOLPERS: Mathematik in der Sekundarstufe II. Band 1. Vieweg. S. 91-120

9. Aufgabenvariation

(06.01.10: Cara)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Stellen Sie wesentliche Strategien des Variierens und die Vorgehensweise im Unterricht nach SCHUPP (2002) vor.
- Lassen Sie (von Ihnen vorausgewählte) Schulbuchaufgaben aus unterschiedlichen Jahrgangsstufen und mathematischen Gebieten von den Teilnehmenden des Seminars öffnen.
- Stellen Sie Aufgabenvariationen vor, die zu Vernetzung unterschiedlicher Gebiete der Schulmathematik führen.

Literatur:

- BÜCHTER & LEUDERS: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Cornelsen Scriptor 2005. S. 88-102 (3.2 Offenheit)
- HERGET: Mathe-(Klausur-)aufgaben – einmal anders?! In: Hischer (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Hildesheim: Franzbecker 1993. S. 58- 69
- HERGET: Rechnen können reicht ... eben nicht! In: *mathematik lehren* Heft 100, 2000, S. 4-10.
- SCHUPP: Thema mit Variationen. In: *mathematik lehren*, Heft 100, 2000, S. 11-14.
- SCHUPP: Thema mit Variationen. Oder: Aufgabenvariation im Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker 2002. (insbesondere S. 31-37)
- HERGET: Mathe-(Klausur-)aufgaben – einmal anders?! In: Hischer (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Hildesheim: Franzbecker 1993. S. 58- 69
- HERGET: Rechnen können reicht ... eben nicht! In: *mathematik lehren* Heft 100, 2000, S. 4-10.

Schulbücher.

10. Der Mathekoffer

(16.12.09: Jacob&Wagner)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

Gestalten Sie (didaktisch begründet!) ein „Stationenlernen“ zum Mathekoffer.

Literatur:

- HENN & BÜCHTER (Hrsg.): Der Mathekoffer
- WIECHMANN: Zwölf Unterrichtsmethoden. Vielfalt für die Praxis. Beltz. 2002. 3., unveränderte Auflage

11. Aufgaben zum Umgang mit Wissen

(13.01.10: Geber&Schreiner)

Es ist eine alte Feststellung, „daß es nicht darauf ankommt, dem Schüler einige Rezepte zu geben, daß es ,unendlich besser sei, ihr Denken und Können so zu entwickeln, daß sie sich bei den verschiedenen Vorfällen des Lebens selbst zu helfen, selbst Rezepte zu schreiben wüssten.“ (Lietzmann 1926)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Stellen Sie die verschiedenen Typen explorativer Aufgaben nach SJUTS anhand ausgewählter Beispiele vor und lassen Sie die Teilnehmenden Schulbuchaufgaben so umformulieren, dass sie zu explorativen Aufgaben werden.
- Stellen Sie Aufgaben vor, die unterschiedliche Gebiete des Mathematikunterrichts miteinander vernetzen.

Literatur:

- HERGET: Mathe-(Klausur-)aufgaben – einmal anders?! In: Hischer (Hrsg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? Hildesheim: Franzbecker 1993. S. 58- 69
- HERGET: Rechnen können reicht ... eben nicht! In: *mathematik lehren* Heft 100, 2000, S. 4-10.
- SJUTS: Aufgabenstellungen zum Umgang mit Wissen(srepräsentationen). MU 47(2001)1 Schulbücher

12. Aufgaben zum Lernen Lernen (Stichwort: Metakognition)

(20.01.10: Knapp)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Vergleichen Sie den „Dialogischen Mathematikunterricht“ aus GALLIN & RUF (1999) bzw. HETRICH (2000) mit Ihren persönlichen Erfahrungen im Mathematikunterricht.
- Lassen Sie die Schüleraufsätze zu Aufgabe 4 aus LAMBERT & PETERS (2004) von den Teilnehmenden im Seminar kommentieren und beurteilen – beachten Sie dabei insbesondere auch GALLIN & RUF (1999), S. 145-152.
- Erörtern Sie den didaktischen Gewinn durch schriftsprachliche Äußerungen der Lernenden.

- d. Gehen Sie folgender Frage nach: „Ist die kognitionsorientierte Aufgabe mehr als ‚die etwas andere Aufgabe‘“?

Literatur:

- LAMBERT & PETERS (Hrsg.): CaSSiS-Projekt. Aufgaben für den Taschencomputer. Softfrutti 2004, S. 3.
COHORS-FRESENBORG, KAUNE & GRIEP: Mathematik in Klasse 9. Schriftenreihe des FMD Nr. 27 (*insbesondere* S. 11-17).
COHORS-FRESENBORG, KAUNE & GRIEP: Mathematik in Klasse 9. Handbuch für Lehrer. Schriftenreihe des FMD Nr. 28.
GALLIN & RUF: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2. Spuren legen – Spuren lesen. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung 1999 (*insbesondere* S. 7-19, S. 87-108 und S. 145-152).
HETRICH: Entdecken, Erleben, Beschreiben – Schritte zu einem dialogischen Mathematikunterricht. LEU Stuttgart 2000 (*insbesondere* S. 1-15).
KAUNE: Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts: Die kognitionsorientierte Aufgabe ist mehr als ‚die etwas andere Aufgabe‘. In: *Der Mathematikunterricht* 47(2001)1, S. 35-46.
MAIER: Schreiben im Mathematikunterricht. In: *mathematik lehren*, Heft 99, 2000, S. 10-13
Aufsätze von Lernenden

13. Begründen und Beweisen als Aufgabe

(27.01.10: Davis&Rudig)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Stellen Sie die verschiedenen Arten des Begründens nach Fischer & Malle (1985) dar, und illustrieren Sie diese jeweils durch Beispiele aus verschiedenen Unterrichtsfächern.
- Erläutern Sie das Problem der Beweisbedürftigkeit.
- Lassen Sie die Aussagekraft graphischer Beweise an Hand geeigneter Beispiele aus unterschiedlichen Bereichen der Schulmathematik diskutieren.
- Lassen Sie „wortlose Beweise“ erläutern und entwickeln.

Literatur:

- FISCHER & MALLE: Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. BI. 1985. (*insbesondere* S. 178-191)
FÜHRER: Vom Begründensollen zum Vermutenwollen. In: LUDWIG et al. (Hrsg.): Argumentieren, Beweisen und Standards im Geometrieunterricht. S. 167-188
LAMBERT & HERGET: Mächtig viel Mittelmaß in Mittelwert-Familien. In: *Der Mathematikunterricht* 50(2004)5, S. 55-66
MALLE: Begründen. In: *mathematik lehren*, Heft 110, 2002, S.4-8.
NELSEN: Proofs without words. Exercises in visual thinking. MAA 1993
NELSEN: Proofs without words II. More exercises in visual thinking. MAA 2001

14. Aufgaben im Wandel der Zeit

(03.02.10: Drexler)

Aufträge an die Sitzungsmoderatoren:

- Zeichnen Sie am Beispiel Winkelsumme im Dreieck exemplarisch die Entwicklung der Aufgabenkultur im 20. Jahrhundert nach.
- Zeichnen Sie am Beispiel Lösung von linearen Gleichungssystemen oder quadratischen Gleichungen exemplarisch die Entwicklung der Aufgabenkultur im 20. Jahrhundert nach.

Literatur:

- FÜHRER: Vom Begründensollen zum Vermutenwollen. In: LUDWIG ET AL. (HRSG.): Argumentieren, Beweisen und Standards im Geometrieunterricht. S. 167-188
LAMBERT & HERGET: Mächtig viel Mittelmaß in Mittelwert-Familien. In: *Der Mathematikunterricht* 50(2004)5, S. 55-66
REISS et al.: Reasoning and proof in geometry: effects of learning environment based on heuristic workout examples. In *ZDM* 40 (2008) 3, S. 455-467
Schulbücher

Klausur Samstag 30.01.10

15. Diskussion des Praktikums
(03.02.10)