



Michael Sagraloff  
Michael Hoff

Sommersemester 2016

## Mathematik für Informatiker 2

<https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/summer16/mathematik2/>

Blatt 7

Abgabe: Mittwoch, 08. Juni

**Aufgabe 1.** Lässt sich bei dem bekannten Schiebepuzzle die linke der folgenden Konfigurationen in die Ausgangsstellung (rechts) überführen?

2	1	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 7 & -1 \\ 1 & 1 & -11 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

**Aufgabe 3.** Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass das *Spatprodukt*

$$K^{3 \times 3} \longrightarrow K, (v_1 | v_2 | v_3) \mapsto \langle v_1, v_2 \times v_3 \rangle$$

die Eigenschaften D1), D2) und D3) einer Determinanten (Skript Def. 22.2) erfüllt. Hierbei bezeichnen wir mit  $v_i$  den  $i$ -ten Spaltenvektor einer  $3 \times 3$  Matrix und mit

$$\times : K^3 \times K^3 \rightarrow K^3, \left( \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \right) \mapsto \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

das Vektor- oder Kreuzprodukt.

**Aufgabe 4.** (a) Sei  $G$  eine Gruppe mit 55 Elementen, die auf einer Menge  $M$  mit 18 Elementen operiert. Zeigen Sie, dass es wenigstens zwei Elemente  $m_1, m_2$  gibt für die  $G \cdot m_i = \{m_i\}$  gilt.

(b) Sei  $V := \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \subset S_4$  die Kleinsche Vierergruppe. Berechnen Sie die Links- und Rechtsnebenklassen von  $V \subset A_4$ .