

Diskrete Finanzmathematik

10. Übungsblatt

Aufgabe 1. (2 Punkte)

Gegeben seien ein vorhersagbarer Prozess $(\varphi_t^1, \dots, \varphi_t^D)_{t=0, \dots, T}$ und $x \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie: Es existiert ein eindeutig bestimmter vorhersagbarer Prozess φ^0 , so dass $\varphi := (\varphi_t^0, \dots, \varphi_t^D)_{t=0, \dots, T}$ selbstfinanzierend ist mit $V_0(\varphi) = x$.

Aufgabe 2. (2 + 2 Punkte)

Gegeben seien der Markt \mathcal{M} von Blatt 9 sowie das Maß $Q : 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ mit

$$Q(\{\omega_1\}) = Q(\{\omega_2\}) = \frac{1}{4}, \quad Q(\{\omega_3\}) = Q(\{\omega_5\}) = \frac{1}{12}, \quad Q(\{\omega_4\}) = \frac{1}{3}.$$

- Zeigen Sie, dass Q ein äquivalentes Martingalmaß für \mathcal{M} ist.
- Bestimmen Sie das Martingal $E^Q[\xi | \mathcal{F}_t], t = 0, 1, 2$ für den Kontrakt $\xi = 2 \text{ Call}(9, 2, 1) - 3 \text{ Put}(10, 2, 1)$.

Aufgabe 3. (3 Punkte)

Es seien Q ein äquivalentes Martingalmaß, ξ eine \mathcal{F}_T -messbare Zufallsvariable und $t \in \{0, \dots, T\}$. Zeigen Sie, dass

$$E^Q[|\xi - E^Q[\xi | \mathcal{F}_t]|^2] \leq E^Q[|\xi - \eta|^2]$$

für jede \mathcal{F}_t -messbare Zufallsvariable η .

Abgabe: Dienstag, 3. Juli vor der Vorlesung