Universität des Saarlandes
Christian Bender
Christoph Eisinger

12. Juni 2012

Diskrete Finanzmathematik

8. Übungsblatt

Aufgabe 1. (3 Punkte)

Es sei Ω ein endlicher Stichprobenraum und $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra auf Ω. Zeigen Sie, dass das Atomsystem von $\mathcal{F}$ eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Gegeben sei der Markt $\mathcal{M} = (\Omega, \mathcal{F}, P, (S_t)_{t\in\{0,1,2\}}, (\mathcal{F}_t)_{t\in\{0,1,2\}}, \mathcal{A}^{sf})$ mit $D = 1$ und $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_6\}$. Es sei $S_t^0 = 1$ für $t = 0, 1, 2$ sowie

$$\begin{aligned} S_0^1 &= 80,\ S_1^1(\omega_1) = S_1^1(\omega_2) = S_1^1(\omega_3) = 100,\ S_1^1(\omega_4) = S_1^1(\omega_5) = S_1^1(\omega_6) = 60; \\ S_2^1(\omega_1) &= 110,\ S_2^1(\omega_2) = 100,\ S_2^1(\omega_3) = 80,\ S_2^1(\omega_4) = 90,\ S_2^1(\omega_5) = 60,\ S_2^1(\omega_6) = 80. \end{aligned}$$

Es gelte $P(\{\omega_n\}) > 0$ für alle $n = 1, \ldots, N$. Ferner sei

$$\mathcal{F}_0 = \{\Omega, \emptyset\},\ \mathcal{F}_1 = \{(S_1^1)^{-1}(B);\ B \text{ Borelmenge in } \mathbb{R}\},\ \mathcal{F}_2 = 2^\Omega.$$

Zerlegen Sie $\mathcal{M}$ in 1-Perioden-Untermodelle und untersuchen Sie diese auf Arbitragefreiheit und Vollständigkeit.

Abgabe: Dienstag, 19. Juni vor der Vorlesung