Universität des Saarlandes
Christian Bender
Christoph Eisinger

19. Juni 2012

Diskrete Finanzmathematik

9. Übungsblatt

Aufgabe 1. (6 + 2 Punkte)

Es sei $\mathcal{M}$ der Markt $\mathcal{M} = (\Omega, \mathcal{F}, P, (S_t)_{t\in\{0,1,2\}}, (\mathcal{F}_t)_{t\in\{0,1,2\}}, \mathcal{A}^{sf})$ mit $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_5\}$, $S_t^0 = 1$ und

$$\begin{aligned} S_0^1 &= 10,\ S_1^1(\omega_1) = S_1^1(\omega_2) = 11,\ S_1^1(\omega_3) = S_1^1(\omega_4) = S_1^1(\omega_5) = 9; \\ S_2^1(\omega_1) &= 12,\ S_2^1(\omega_2) = S_2^1(\omega_3) = 10,\ S_2^1(\omega_4) = 9,\ S_2^1(\omega_5) = 8. \end{aligned}$$

Es gelte $P(\{\omega_n\}) > 0$ für alle $n = 1, \ldots, N$ und

$$\mathcal{F}_0 = \{\Omega, \emptyset\},\ \mathcal{F}_1 = \{(S_1^1)^{-1}(B);\ B \text{ Borelmenge in } \mathbb{R}\},\ \mathcal{F}_2 = 2^\Omega.$$

a) Zeigen Sie, dass ein Kontrakt $\xi \in L_0(\mathcal{F}_2)$ von der Form

$$\begin{aligned} \xi(\omega) &= x_1 + x_2 \left(S_1^1(\omega) - S_0^1\right) + x_3 \mathbf{1}_{\{\omega_1,\omega_2\}}(\omega) \left(S_2^1(\omega) - S_1^1(\omega)\right) \\ &\quad + x_4 \mathbf{1}_{\{\omega_3,\omega_4,\omega_5\}}(\omega) \left(S_2^1(\omega) - S_1^1(\omega)\right) \end{aligned}$$

mit $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ replizierbar ist, geben Sie einen perfekten Hedge dafür an und bestimmen Sie den Hedgingpreis.

Hinweis: *Sie können den Algorithmus aus dem Beweis von Satz 3.1.7 anwenden.*

b) Geben Sie einen nicht replizierbaren Kontrakt an.

Abgabe: Dienstag, 26. Juni vor der Vorlesung