Prof. Dr. Christian Bender
Christoph Eisinger
Peter Parczewski

Universität des Saarlandes SS 2012

18.4.12

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien $n \in \mathbb{N}$ und $q \in [0,1]$. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$p(i_1, ..., i_n) = q^{\sum_{j=1}^n i_j}(1-q)^{n-\sum_{j=1}^n i_j}$$

eine Zähldichte auf $\Omega = \{0,1\}^n$ definiert.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Seien A, B und C drei Ereignisse in einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, 2^\Omega, P)$. Wir definieren die *symmetrische Differenz* als

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Zeigen Sie:

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

(ii) $P(A \triangle B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

(iii) Für $P(A) = \frac{1}{2}$ und $P(B) = \frac{3}{4}$ folgt

$$\frac{1}{4} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{2}.$$

Geben Sie Beispiele von Paaren (A, B) an, so dass jeweils aus einer Ungleichung eine Gleichheit wird.

(iv) $P(A \triangle C) \leq P(A \triangle B) + P(B \triangle C)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es werde zwei Mal mit einem fairen Würfel gewürfelt. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

(1) Die erste Augenzahl ist mindestens so groß wie die zweite.

(2) Die erste Augenzahl ist um 2 kleiner als die zweite.

(3) Der Abstand der Augenzahlen liegt zwischen 2 und 5.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Die G8 trifft sich zu einer gemütlichen Krisensitzung. Die Vertreter der acht Länder, darunter Frau Merkel für Deutschland und Herr Sarkozy für Frankreich, setzen sich hierzu zufällig an einen runden Tisch mit acht Plätzen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Merkel und Herr Sarkozy nebeneinander sitzen? Modellieren Sie das Problem mit einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum.

Können Sie die Lösung mit zwei verschiedenen Modellen herleiten?

Abgabe: Bis Donnerstag, den 26.4.12, 9.00 Uhr in den Briefkästen im Hörsaalgebäude E 2 5, Untergeschoss.