

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Übungsblatt 12

Aufgabe 42 (4 Punkte)

Der Hersteller des Laptops 'To infinity and beyond' sieht sich unvorteilhaften Kritiken ausgesetzt. Die Akkuleistung der Laptops wird daraufhin verbessert und die Herstellerfirma überprüft ihre Laptops nun in der eigenen Qualitätsprüfung. Der Test soll so konstruiert sein, dass die Wahrscheinlichkeit fälschlicherweise eine Akkuleistung von mehr als 100 Stunden zu konstatieren weniger als 1% beträgt. Zudem soll eine Akkuleistung von mehr als 100 Stunden mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 97,5% erkannt werden, falls die tatsächliche Akkuleistung 102 Stunden oder mehr beträgt. Wie in Aufgabe 40 nehmen wir an, dass die Akkuleistungen unabhängig und normalverteilt mit bekannter Standardabweichung $\sigma = 5$ sind.

- (i) Geben Sie einen geeigneten Test an und bestimmen Sie den kleinstmöglichen Stichprobenumfang, der benötigt wird.
- (ii) Welches Ergebnis liefert dieser Test, falls in der Stichprobe eine mittlere Akkuleistung von 102,5 Stunden festgestellt wird?

Aufgabe 43 (5 Punkte)

Die Wirkung von zwei Schmerzmitteln S_1 und S_2 wird in einem Test verglichen. Hierzu wird 12 Patienten mit chronischen Schmerzen das erste Mittel S_1 und, einige Wochen später, das Mittel S_2 verabreicht. Für die jeweilige Dauer der Wirkung d_{S_1} bzw. d_{S_2} (in Stunden) wird die Differenz $d_{S_1} - d_{S_2}$ aufgezeichnet. Wir nehmen an, dass die Wirkung der Mittel auf die verschiedenen Probanden unabhängig ist. Die Wirkungsdauer des ersten Mittels und des zweiten Mittels auf einen Probanden sei unabhängig und $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1)$ bzw. $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$ -verteilt mit unbekanntem Parametern. Es ergeben sich folgende Werte:

Proband	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Differenz der Wirkungsdauer	1.5	0.5	-0.5	1	1.5	1.5	0	-0.5	0	2	1	1.5

- (i) Bestimmen Sie Konfidenzintervalle für die erwartete Differenz der Wirkungsdauern μ zu den Niveaus 0.95 und 0.99.
- (ii) Was ergibt sich hier bei einem Test der Hypothese $\mu \geq 0$ zum Niveau $\alpha = 0.01$?

Aufgabe 44 (5 Punkte)

Unter 4000 geborenen Kindern in einer großen Geburtsklinik sind 2102 Jungen. Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.05 an der Hypothese festhalten, dass die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Jungen 0.5 ist?

Aufgabe 45 (6 Punkte)

Seien X_1, \dots, X_n identisch und unabhängig normalverteilt mit unbekanntem Erwartungswert μ und Varianz σ^2 . Bestimmen Sie $0 < c_1 < c_2$ so, dass

$$[c_1 S_n^2, c_2 S_n^2]$$

ein Konfidenzintervall für σ^2 zum Niveau α ist. Bestimmen Sie ebenso bei bekanntem Erwartungswert μ mit $\tilde{S}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ ein Konfidenzintervall von der Form

$$[c_1 \tilde{S}_n^2, c_2 \tilde{S}_n^2]$$

für σ^2 zum Niveau α .

Hinweis:

Die notwendigen Quantile von Verteilungen entnehmen Sie bitte den üblichen Lehrbüchern zur Stochastik. Beispielsweise den in der Vorlesung erwähnten Werken von Krenzel oder Georgii.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 12.7.12, 10.30 Uhr in den Briefkästen im Hörsaalgebäude E 2 5, Untergeschoss.