

# Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

## Übungsblatt 6

### Aufgabe 22 (2+6 Punkte)

(1) Beweisen Sie:

$$\forall k \in \mathbb{N} : \int_0^{\infty} y^k \exp(-y) dy = k!.$$

(2) Die gemeinsame Dichte der Zufallsvariablen  $(X, Y)$  sei gegeben durch

$$f_{(X,Y)}(x, y) = K \mathbf{1}_{[-y \leq x \leq y]} \mathbf{1}_{[0, \infty)}(y) (y^2 - x^2) \exp(-y)$$

- (i) Bestimmen Sie die Konstante  $K$ .
- (ii) Bestimmen Sie die Dichten von  $X$  und  $Y$ .
- (iii) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von  $X$ .
- (iv) Bestimmen Sie die Kovarianz von  $X$  und  $Y$ .

### Aufgabe 23 (6 Punkte)

Eine Bergbahn zwischen den Orten A und B im Abstand von 20 km nimmt nach langer Gleiswartung wieder den Betrieb auf. In beiden Orten starten unabhängig voneinander Bahnen zum anderen Ort. Sie fahren beide konstant mit 40 km/h. Ihre Startzeiten  $X_A$  (Startzeit der Bahn in A) und  $X_B$  (Startzeit der Bahn in B) sind unabhängige gleichverteilte Zufallsvariablen auf dem Zeitintervall zwischen 9.00 und 10.00 Uhr. Sei  $Y$  der Abstand des Treffpunkts der Bahnen von Ort A (in Relation zum Abstand von A und B). Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .

### Aufgabe 24 (6 Punkte)

Sei

$$f(x) = \frac{1}{8} \mathbf{1}_{[-1,3]}(x) + \lambda \exp(-\lambda x) \mathbf{1}_{(3,\infty)}(x)$$

mit  $\lambda := \ln(2)/3$  die Dichte von  $X$  und

$$Y := \exp(X^2 + 1).$$

Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .

**Abgabe:** Bis Donnerstag, den 31.5.12, 10.30 Uhr in den Briefkästen im Hörsaalgebäude E 2 5, Untergeschoss.