
Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

2. Übung

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Chevalier de Méré wunderte sich einmal Pascal gegenüber, dass er beim Werfen mit 3 Würfeln die Augensumme 11 häufiger beobachtet hatte als die Augensumme 12, obwohl doch 11 durch die Kombinationen 6-4-1, 6-3-2, 5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3 und die Augensumme 12 durch genauso viele Kombinationen (welche?) erzeugt würden. Kann man die Beobachtung des Chevalier de Méré als “vom Zufall bedingt” ansehen oder steckt in seiner Argumentation ein Fehler? Führen Sie zur Lösung dieses Problems einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum ein und berechnen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

Aufgabe 2 (3+3 Punkte)

Zu Satz 1.23. Es werden aus einer Urne mit r roten und s schwarzen Kugeln ohne Zurücklegen nacheinander rein zufällig $n \leq r + s$ Kugeln gezogen. Geben Sie zugehörige W-Räume an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass darunter genau k rote Kugeln sind, wobei $\max\{0, n - s\} \leq k \leq \min\{r, n\}$, wenn

- (i) die Kugeln ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen werden,
- (ii) die Kugeln unter Beachtung der Reihenfolge gezogen werden.

Aufgabe 3 (2+4 Punkte)

Ein Fischer fischt auf einem See, der genau 52 Fische enthält, davon 13 Barsche und 39 Karpfen. Man geht davon aus, dass beide Sorten gleichermaßen gut zu fangen sind. Bei seiner Rückkehr hat der Fischer genau fünf Fische gefangen. Man interpretiere den Fang (also die Zusammensetzung der fünf gefangenen Fische aus Barschen und Karpfen) als Ergebnis eines Zufallsexperiments.

- (i) Wählen Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum zur Modellierung dieses Zufallsexperiments.
- (ii) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass der Fischer mindestens drei Barsche gefangen hat. Beschreiben Sie dafür das gesuchte Ereignis mengentheoretisch.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Sechs Studierende sollen jeweils einen von drei möglichen Betreuern für ihre Bachelorarbeit auswählen. Es wird angenommen, dass die Auswahl unabhängig voneinander und rein zufällig geschieht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der zweite Betreuer von genau drei Studenten gewählt wird? Geben Sie zunächst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum zur Modellierung dieses Zufallsexperiments an und beschreiben Sie dann das gesuchte Ereignis mengentheoretisch.