Prof. Dr. Christian Bender
Dr. Robert Knobloch
M.Sc. Christian Gärtner

Universität des Saarlandes
SoSe 2016
04. Mai 2016

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

3. Übung

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Sei $\Omega := \mathbb{N}$. Ist es möglich, ein Laplace Experiment entsprechend Definition 1.15 als diskretes Zufallsexperiment (Ω, p) mit $p(\omega) = \alpha$ für alle $\omega \in \Omega$ und ein geeignetes $\alpha \in [0, 1]$ zu definieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

In einem Gefängnis sitzen drei zum Tode verurteilte Gefangene G_1, G_2 und G_3. Mit Hilfe eines fairen Losentscheides wurde einer der Gefangenen begnadigt, das Ergebnis des Losentscheides ist den Gefangenen jedoch noch nicht bekannt. Der Gefangene G_1 bittet einen Wärter, der das Ergebnis des Losentscheides kennt, ihm einen seiner Leidensgenossen zu nennen, der nicht begnadigt wird. Es sei bereits vor der Antwort bekannt, dass der Wärter mit gleicher Wahrscheinlichkeit G_2 bzw. G_3 sagt, falls G_1 begnadigt wird und dass der Wärter nicht G_1 sagt, falls G_2 oder G_3 begnadigt wird. Der Wärter antwortet „G_3“. Nun überlegt sich G_1: Da entweder G_2 oder ich überleben werden, habe ich eine Überlebenswahrscheinlichkeit von $1/2$. Erläutern Sie mittels einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Rechnung, ob Sie der Überlegung von G_1 zustimmen würden? Geben Sie dazu zunächst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Herr Falke hat seine Brille verlegt. Mit der Wahrscheinlichkeit $0,7$ befindet sie sich in seiner Wohnung und mit der Wahrscheinlichkeit $0,3$ befindet sie sich im Auto. Ist sie in der Wohnung, dann gibt es zwei gleichwahrscheinliche Möglichkeiten: Sie liegt auf dem Schreibtisch oder im Badezimmer. Herr Falke sucht nur in der Wohnung und nicht im Auto (liegt die Brille im Auto, dann kann er sie also nicht finden). Da er ohne Brille schlecht sieht, findet er sie mit Wahrscheinlichkeit $0,8$, wenn sie auf dem Schreibtisch liegt, bzw. mit Wahrscheinlichkeit $0,6$, wenn sie sich im Badezimmer befindet. Berechnen Sie

(i) die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Brille im Badezimmer befindet.

(ii) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Herr Falke die Brille findet.

(iii) die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die Brille auf dem Schreibtisch befindet, wenn Herr Falke vergeblich gesucht hat.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Von einem regulären Tetraeder (fairer vierseitiger Würfel) seien drei der vier Flächen verschiedenfarbig mit jeweils genau einer der Farben $1, 2$ und 3 gefärbt. Auf der vierten Fläche sei jede Farbe $j \in \{1, 2, 3\}$ enthalten. Es sei A_j, $j \in \{1, 2, 3\}$, das Ereignis, dass nach einem Wurf des Tetraeders die unten liegende Seite die Farbe j enthält. Untersuchen Sie die Familie (A_1, A_2, A_3) von Ereignissen auf Unabhängigkeit sowie auf paarweise Unahängigkeit.

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Wir betrachten folgende Ereignisse beim einmaligen Wurf mit einem fairen Würfel:

$$A_1 = \text{“Die Augenzahl ist 1 oder 3 oder 5 oder 6”},$$
$$A_2 = \text{“Die Augenzahl ist 2 oder 5 oder 6”},$$
$$A_3 = \text{“Die Augenzahl ist 2 oder 4 oder 6”}.$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für A_1, A_2 und A_3 sowie für $A_1 \cap A_2 \cap A_3$. Sind die Ereignisse A_1, A_2 und A_3 unabhängig?