Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Ch. Bender
S. Pokalyuk

22. Januar 2010

Stochastik

12. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Es seien $\mathcal{P} := \{P_n; n \in \mathbb{N}\}$ *eine Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf* $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ *und* $F_n(x) := P_n((-\infty, x])$ *zugehörigen Verteilungfunktionen. Zeigen Sie:*

$$\mathcal{P} \textit{ ist straff } \iff \lim_{x \to +\infty} F_n(x) = 1 \textit{ und } \lim_{x \to -\infty} F_n(x) = 0 \textit{ gleichmäßig in } n.$$

b) Seien P_α *normalverteilte Wahrscheinlichkeitsmaße mit Parametern* μ_α *und* σ_α^2, $\alpha \in A$. *Zeigen Sie:*

$$\mathcal{P} := \{P_\alpha; \alpha \in A\} \textit{ ist straff } \iff \exists\, a, b \in \mathbb{R}, \textit{ s.d. } |\mu_\alpha| \le a,\ \sigma_\alpha^2 \le b,\ \alpha \in A.$$

6 Punkte

Aufgabe 2 *Es seien* $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(Y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *Folgen von reellwertigen Zufallsvariablen, die auf einem gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *definiert sind, und* $(P_{X_n})_{n\in\mathbb{N}}$, $(P_{Y_n})_{n\in\mathbb{N}}$ *die Folgen der Verteilungen von* X_n, *bzw.,* Y_n. *Ferner sei* $X_n - Y_n \to 0$ *in Wahrscheinlichkeit bezüglich* P *und* $P_{X_n} \to Q$ *schwach. Zeigen Sie, dass* $P_{Y_n} \to Q$ *schwach.*

5 Punkte

Aufgabe 3 *Sei* X *binomial* (n, p)*-verteilte Zufallsvariable auf* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. *Berechnen Sie:*

a) die charakteristische Funktion von X.

b) $E[X]$ *und* $E[X^2]$ *mit Hilfe des Satzes 4.6.5.*

5 Punkte

Abgabe Freitag, den 29.01.10 in der Übung.