Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Ch. Bender
S. Pokalyuk

04. Dezember 2009

Stochastik

8. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Satz 3.6.2, (iii)) *Es seien* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *ein Wahrscheinlichkeitsraum und* X, Y *reellwertige Zufallsvariablen. Zeigen Sie:*

a) $|Corr(X,Y)| \leq 1$.

b) $|Corr(X,Y)| = 1 \Leftrightarrow Y = aX + b$ *P-fast sicher für ein* $a \neq 0$ *und ein* $b \in \mathbb{R}$.

3 Punkte

Aufgabe 2 (Doppelreihensatz) *Für* $j,k \in \mathbb{N}$ *seien* $a_{j,k}$ *reelle Zahlen, so dass die Reihe* $\sum_{j=1}^{\infty}\Big(\sum_{k=1}^{\infty}|a_{j,k}|\Big)$ *konvergiert. Zeigen Sie mit dem Satz von Fubini, dass die Reihe* $\sum_{k=1}^{\infty}\Big(\sum_{j=1}^{\infty}|a_{k,j}|\Big)$ *auch konvergiert und die folgende Identität gilt*

$$\sum_{j=1}^{\infty}\Big(\sum_{k=1}^{\infty}a_{k,j}\Big) = \sum_{k=1}^{\infty}\Big(\sum_{j=1}^{\infty}a_{k,j}\Big).$$

4 Punkte

Aufgabe 3 *Es sei* $g : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ *durch*

$$g(x,y) := \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & 0 < y < x < 1 \\ -\frac{1}{y^2}, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \textit{sonst} \end{cases}$$

gegeben. Zeigen Sie, dass

$$\int_0^1\int_0^1 g(x,y)dxdy = -1, \qquad \int_0^1\int_0^1 g(x,y)dydx = 1,$$

und g *die Bedingungen des Satzes von Fubini verletzt.*

5 Punkte

Aufgabe 4 *Es seien* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *ein Wahrscheinlichkeitsraum,* X, Y *reellwertige Zufallsvariablen und* X *standardnormalverteilt. Ferner sei* X *und* Y *unabhängig mit* $P(Y = 1) = P(Y = -1) = \frac{1}{2}$. *Zeigen Sie:*

a) $Z := XY$ *ist eine standardnormalverteilte Zufallsvariable.*

b) X *und* Z *sind unkorreliert, doch* X *und* Z *sind nicht stochastisch unabhängig.*

4 Punkte

Abgabe Freitag, den 11.12.09 in der Übung.