Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Saarbrücken, 09.11.2018

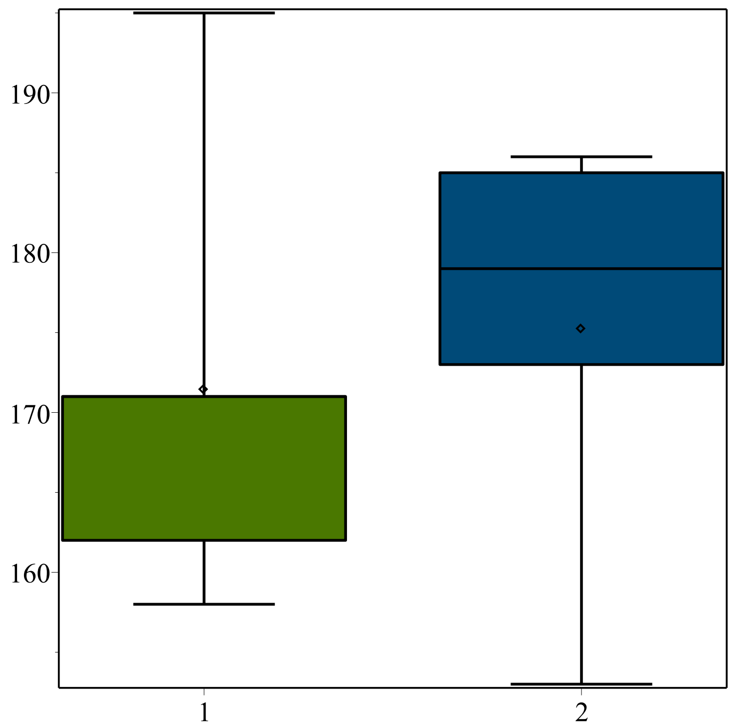
Lösungshinweise: Übungsblatt 2 zur Vorlesung
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2018/2019

Teil 1. Darstellungen von Messdaten

Aufgabe 1.

i) Gruppe 1: $x_{1/2} = 171$, $x_{0.25} = 162$, $x_{0.75} = 171$, $x_{0.75} - x_{0.25} = 9$, $x_{min} = 158$, $x_{mx} = 195$, $\overline{x} = 171.4$.

ii) Gruppe 2: $x_{1/2} = 179$, $x_{0.25} = 173$, $x_{0.75} = 185$, $x_{0.75} - x_{0.25} = 12$, $x_{min} = 153$, $x_{mx} = 186$, $\overline{x} = 175.2$.



iii) Für Gruppe 1 ist der empirische Variationskoeffizient $v_1 \approx 0.084$, für Gruppe 2 $v_2 \approx 0.077$.

Bitte wenden.

Aufgabe 2. Die Aussage folgt aus

$$4ab \leq (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab - b^2 = (a-b)^2 \geq 0 \ .$$

Teil 2. Vollständige Induktion

Aufgabe 3.

i) I.A.: In Ordnung.
I.S.: Es ist nach der I.A.

$$\sum_{i=1}^{n+1} (2i-1) = n^2 + 2(n+1) - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \ . \quad \square$$

ii) I.A.: In Ordnung.
I.S.: Es ist nach der I.A.

$$\sum_{k=0}^{n+1} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} + x^{n+1} = \frac{1-x^{n+2}}{1-x} \ . \quad \square$$

iii) Da $5^1 - 1 = 4$ durch 4 teilbar ist, ist der Induktionsanfang für $n = 1$ gezeigt.

Als Induktionsannahme für beliebiges aber festes $n \in \mathbb{N}$ sei nun $5^n - 1$ durch 4 teilbar. Somit ist wegen

$$5^{n+1} - 1 = 5 \cdot 5^n - 1 = 4 \cdot 5^n + 5^n - 1$$

auch $5^{n+1} - 1$ durch 4 teilbar und der Induktionsschluss ist verifiziert. $\square$

iv) *Beobachtung. Durch ausprobieren erkennt man, dass die Aussage nicht für $n = 1$ und $n = 2$ gelten kann.*

Der Induktionsanfang muss aber nicht bei $n = 1$ gemacht werden (vgl. Vorlesung).

Kann der Induktionsanfang beispielsweise für $n = 3$ verifiziert werden und ist der Induktionsschluss ab dieser Zahl richtig, so gilt die Aussage für alle $n \geq 3$.

Induktionsanfang: Für $n = 3$ rechnet man die Behauptung sofort nach.

Induktionsschluss: Die Aussage gelte nun für ein $n \geq 3$. Dann folgt

$$\begin{aligned} (n+1)^2 &= n^2 + 2n + 1 \geq (2n+1) + 2n + 1 \\ &= 2(n+1) + 2n \geq 2(n+1) + 1 \ , \end{aligned}$$

die Aussage $A(n+1)$ folgt also aus der Induktionsannahme und die Behauptung ist bewiesen. $\square$