Fachrichtung Mathematik
Fakultät MI
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer

Saarbrücken, 16.11.2018

Präsenzübung 2 zur Vorlesung
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2018/2019

Teil 1. Bruchaufgaben und Verwandtes

Aufgabe 1. Berechnen Sie bzw. vereinfachen Sie in Bruchschreibweise:

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{3}\,, \quad \frac{4}{3}+\frac{5}{3}\,, \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{6}}\,, \quad \left[\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right]\cdot\left[\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\right], \quad \frac{1}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}\,, \quad \frac{1}{x+\frac{1}{x}}\,.$$

Aufgabe 2. Es seien a, b, c, $d \in \mathbb{N}$ (insbesondere positiv). Überlegen Sie, wann der Bruch $\frac{a}{b}$ größer als der Bruch $\frac{c}{d}$ ist und finden Sie ein einfaches Kriterium zur Überprüfung.

Aufgabe 3. In 5 Tagen pro Woche produzieren 4 Maschinen bei einer täglichen Laufzeit von 10 h 2500 Artikel.

Die Produktionsstätte soll auf 6 leistungsfähigere Maschinen ausgebaut werden, die zudem 7 Tage pro Woche laufen und eine tägliche Laufzeit von 18 h haben.

Wieviel leistungsfähiger müssen die Maschinen sein, damit sich die wöchentliche Produktion verzehnfacht?

Aufgabe 4. Die jährliche Inflationsrate betrage 2.5%. Nach wie vielen Jahren entspricht die Kaufkraft von dann 2 Euro der derzeitigen Kaufkraft von 1 Euro?

Aufgabe 5. *Kartoffelparadoxon.*

100 Kilogramm Kartoffeln mit 99 Prozent Wasseranteil trocknen in der Sonne „etwas ein".

Nach dem Eintrocknen haben Sie einen Wasseranteil von 98 Prozent.

Wie viel wiegen die Kartoffeln nch dem Eintrocknen?

Teil 2. Gruppen

Aufgabe 6. Man betrachte ein Rechteck mit zwei unterschiedlich langen Seiten.

Bitte wenden.

Dieses kann durch zwei Drehungen (mit dem Mittelpunkt als Zentrum) mit sich zur Deckung gebracht werden: Die Drehung D_0 um $0°$ und die Drehung D_{180} um $180°$.

Wird die Hintereinanderausführung mit $\circ$ bezeichnet, so ergeben sich die Möglichkeiten

$$\begin{array}{c|cc} \circ & D_0 & D_{180} \\ \hline D_0 & D_0 & D_{180} \\ D_{180} & D_{180} & D_0 \end{array} .$$

Man zeige, dass die Menge dieser beiden Drehungen zusammen mit der Hintereinanderausführung als Verknüpfung eine Gruppe ist.

Teil 3. Vollständige Induktion

Aufgabe 7. Wo steckt der Fehler?

Behauptung. In einem beliebigen n-Tupel sind alle Eintragungen gleich!

Beweis. Vollständige Induktion.

Induktionsanfang ($n = 1$): In einem 1-Tupel sind sicherlich alle Eintragungen gleich.

Induktionsschluss: Es sei $(a_1, a_2, \ldots, a_{n+1})$ ein Tupel mit $(n+1)$ Eintragungen. Dann betrachte man die beiden n-Tupel

$$(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \text{und} \quad (a_2, a_3, \ldots, a_{n+1}) .$$

Nach Induktionsannahme gilt

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n \quad \text{und} \quad a_2 = a_3 = \cdots = a_{n+1} .$$

Damit ist

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = a_{n+1} ,$$

also folgt die Behauptung. □

Bemerkung. Demnach sind insbesondere alle natürlichen Zahlen gleich.

Bearbeitung und Besprechung.

In den Übungsgruppen *Fr., 16.11.2018, bis Do., 22.11.2018.*