Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer

Saarbrücken, 18.01.2019

Übungsblatt 6 zur Vorlesung
Mathematik für Studierende Biologie und des Lehramtes Chemie
Wintersemester 2018/2019

Denken Sie unbedingt an die rechtzeitige (spätestens eine Woche vor dem jeweiligen Klausurtermin!) Anmeldung in HISPOS.

Nachmeldungen per e-mail o.ä. sind nicht möglich!

Teil 1. Lineare Regression

Aufgabe 1. *(3 Punkte)* Betrachten Sie die Daten

x_i	0	1	2	3
y_i	3	2	2	1

Es sei $f(x) = a_1 + a_2 x$. Bestimmen Sie a_1, a_2 nach der Methode der kleinsten Quadrate zu diesen Daten, *indem Sie die zugehörige Normalgleichung lösen.*

Teil 2. Interpolationaufgabe von Lagrange

Aufgabe 2. (*5 Punkte)* Gegeben sei die Wertetabelle

j	0	1	2
x_j	-2	-1	1
y_j	3	1	3

und es sei $p_2(x)$ das Interpolationspolynom zu den Stützstellen x_j mit den Werten y_j, $0 \leq j \leq 2$.

Berechnen Sie das Polynom $p_2(x)$.

Fügen Sie dann der Wertetabelle den Punkt $(x_3, y_3) = (0, 0)$ hinzu und berechnen Sie $p_3(x)$.

Machen Sie jeweils eine Probe.

Teil 3. Eigenschaften von Funktionen

Aufgabe 3. *((2+2+1+1)+2 Punkte)*

i) Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität:

Bitte wenden.

(a) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{2}(x^2+5)$,

(b) $f\colon (0,\infty) \to (\frac{5}{2},\infty)$, $x \mapsto \frac{1}{2}(x^2+5)$,

(c) $f\colon \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$, $(z,n) \mapsto \frac{z}{n}$,

(d) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \sin(t)$.

ii) Es sei $M = \{1,2,\dots,10\} \subset \mathbb{N}$ und zu fixiertem $n \in \mathbb{N}$ sei $N = \{1,2,\dots,n\} \subset \mathbb{N}$. Gibt es eine surjektive Abbildung $f\colon M \to N$?

Aufgabe 4. *(2+2 Punkte)*

Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \supset I \to \mathbb{R}$ heißt *monoton wachsend* (*bzw. streng monoton wachsend*), falls aus $x < y$ folgt $f(x) \leq f(y)$ (bzw. $f(x) < f(y)$) – *monoton fallend* (*bzw. streng monoton fallend*) ist offensichtlich analog definiert.

Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *periodisch mit der Periode* $T > 0$, falls für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x) = f(x+T)$.

Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *gerade* (*bzw. ungerade*), falls $f(-x) = f(x)$ (bzw. $f(-x) = -f(x)$) für alle $x \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie für $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

i) Ist f streng monoton wachsend (fallend), so ist f nicht periodisch.

ii) Ist f gerade und monoton wachsend (fallend), so ist f konstant.

Abgabe. Bis Freitag, 25.01.2019, 12.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Bonuspunkte für die Klausur.
1 Bonuspunkt: Mehr als 14 Aufgabenpunkte; 1/2 Bonuspunkt: 9-14 Aufgabenpunkte.

Besprechung. In den Übungsgruppen vom *Fr., 01.02.2019, bis zum Do., 07.02.2019.*

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/bio/bio.html