UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Daniel Kraemer

Höhere Mathematik für Ingenieure II

Präsenzübung (Bachelor PLUS MINT)

Blatt 5 (Fr. 18.05.2018) Abgabetermin:

Aufgabe 1

Es sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die durch

$$f(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$$

definierte Abbildung.

a) Zeigen Sie, dass f linear ist.

b) Bestimmen Sie eine Basis von bild f.

c) Bestimmen Sie eine Basis von kern f.

Aufgabe 2

Es sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die durch

$$(x, y, z)^T \mapsto (x + y, x + z, x)^T$$

definierte lineare Abbildung und $\mathcal{B}_1 = (e_1, e_2, e_3)$ die Standardbasis des $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie eine Basis $\mathcal{B}_2 = (f_1, f_2, f_3)$ des $\mathbb{R}^3$, sodass f bezüglich $\mathcal{B}_1$ und $\mathcal{B}_2$ durch die Matrix

$$A^{\mathcal{B}_1}_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

dargestellt wird.

Aufgabe 3

Gibt es eine Basis $\mathcal{B} = (f_1, f_2, f_3)$ des $\mathbb{R}^3$, sodass die durch

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ (x, y, z)^T \mapsto (x - y + z, y - x - z, 3z - x + y)$$

definierte lineare Abbildung bezüglich der Standardbasis $\mathcal{E}$ des $\mathbb{R}^3$ und $\mathcal{B}$ durch die Matrix

$$A^{\mathcal{E}}_{\mathcal{B}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

beschrieben wird?
