UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Daniel Kraemer

Höhere Mathematik für Ingenieure II

Präsenzübung (Bachelor PLUS MINT)

Blatt 7 (Fr. 01.06.2018) Abgabetermin:

Aufgabe 1

Für welche der folgenden Funktionen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ existiert $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$? Begründen Sie ihre Antwort und berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x} & \text{für } x \neq -1, \\ 0 & \text{für } x = -1 \end{cases}$ mit $x_0 = -1$,

b) $f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{für } x < 2, \\ x-2 & \text{für } x > 2 \end{cases}$ mit $x_0 = 2$.

Aufgabe 2

Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein (evtl. verallgemeinertes) Intervall. Zeigen Sie, dass eine Funktion $f\colon I \to \mathbb{R}$ genau dann stetig im Punkt $x_0 \in I$ ist, wenn folgendes **$\varepsilon - \delta$-Kriterium** erfüllt ist:

Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$ mit

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

für alle $x \in I$ mit $|x - x_0| < \delta$.

Aufgabe 3

Untersuchen Sie mit der ε - δ-Charakterisierung aus Aufgabe 2 die folgende reelle Funktion auf Stetigkeit im Punkt $x_0 = -1$:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für } -1 \leq x, \\ |x| & \text{für } x < -1 \end{cases}.$$
