Fachrichtung Mathematik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Daniel Kraemer

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 1
Sommersemester 2018

Aufgabe 1. (3+1.5+1.5 Punkte)

$i)$ Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Zahlen

$$a)\ (i+2)+(1-3i),\quad b)\ i(1+i)(1-i),\quad c)\ (\sqrt{2}-i)(1+i\sqrt{2})^2,$$
$$d)\ i+\frac{1}{i},\quad e)\ \frac{1-i}{2+i},\quad f)\ \frac{(1+i)(1+2i)}{(1-i)^2}.$$

$ii)$ (a) Bestimmen Sie den Betrag und das Argument in $[0, 2\pi)$ der komplexen Zahlen
$$1-i\ ,\quad (1+i)^2 \quad \text{und} \quad e^{-i\frac{3\pi}{2}}\ .$$

(b) Lösen Sie die Gleichung $4z^2 - \frac{13}{16} = 3iz$ mithilfe einer quadratischen Ergänzung.

Aufgabe 2. (2+2 Punkte)

$i)$ Zeigen Sie:
$$\begin{aligned} \cosh(iz) &= \cos(z)\ , & \cosh(z) &= \cos(iz)\ ,\\ \sinh(iz) &= i\sin(z)\ , & \sinh(z) &= -i\sin(iz)\ . \end{aligned}$$

$ii)$ Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = 1-i$ und veranschaulichen Sie das Ergebnis in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe 3. (2+3 Punkte) Bestimmen Sie mithilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens alle Lösungen der Gleichungssysteme (falls existent)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_3 &= 3\\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3\\ -2x_1 + 8x_2 + x_3 &= -8\ , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 0\\ x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0\\ x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0\\ x_3 + \alpha x_4 &= \beta\ , \qquad \alpha,\ \beta \in \mathbb{R} \text{ fixiert.} \end{aligned}$$

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (5 Punkte) Bringen Sie das Schema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

durch elementare Zeilenumformungen auf die Gestalt

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & 1 & 0 & c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & 1 & c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix},$$

wobei die c_{ij}, $1 \leq i, j \leq 3$, reelle Konstanten bezeichnen.

Ist

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

und C die Matrix (c_{ij}), so berechnen Sie weiter AC.

Abgabe: Bis Donnerstag, 19.04.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html