Fachrichtung Mathematik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Daniel Kraemer

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 10
Sommersemester 2018

Aufgabe 1. (2.5 Punkte) Zeigen Sie Korollar 5.1 der Vorlesung.

Aufgabe 2. (je 4 Punkte)

i) Es sei $I = [-1, 1] \subset \mathbb{R}$ und die Funktion $f\colon I \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x) = |x|e^{-x^2-1} .$$

Ist f stetig auf I? Ist f differenzierbar auf $(-1, 1)$? Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f auf I.

ii) Es sei $I = [-2, 2] \subset \mathbb{R}$ und die Funktion $f\colon I \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x-1} & \text{für} \quad x \leq 0 , \\ xe^{1-x} & \text{für} \quad x > 0 . \end{cases}$$

Ist f stetig auf I? Ist f differenzierbar auf $(-2, 2)$? Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f auf I.

iii) Es sei $f\colon [-1, 1] \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \ln(x^2 - 2|x| + 2) .$$

Ist f wohl definiert auf $[-1, 1]$? Ist f stetig auf $[-1, 1]$? Ist f differenzierbar auf $(-1, 1)$? Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f auf I.

Aufgabe 3. (2.5 Punkte) Betrachten Sie die Funktionen f, $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^2 \sin(x) , \qquad g(x) = x^2 \cos(x) .$$

Ist der Punkt $x_0 = 0$

i) ein kritischer Punkt;

ii) eine lokale Minimalstelle bzw. Maximalstelle;

iii) ein Sattelpunkt

von f bzw. g?

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (3 Punkte) Es sei $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und es sei $[a, b] \subset I$. Die Funktion $f \colon I \to \mathbb{R}$ sei differenzierbar auf ganz I und die Funktion f' sei eine auf dem Intervall $[a, b]$ stetige Funktion.

Zeigen Sie, dass f eine auf $[a, b]$ Lipschitz-stetige Funktion ist.

Hinweis. Benutzen Sie Satz 4.3 und Satz 5.7 der Vorlesung.

Abgabe: Bis Donnerstag, 21.06.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html