

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 13
Sommersemester 2018

Denken Sie bitte an die rechtzeitige (spätestens 27.07.2018 für Termin 1) Anmeldung in HISPOS!

Ansonsten dürfen Sie nicht zur Klausur zugelassen werden.

Aufgabe 1. (2+2 Punkte) Es sei f eine lokal integrierbare Funktion auf \mathbb{R} . Der Cauchysche Hauptwert

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx$$

ist (sofern existent)

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R f(x) \, dx .$$

- i) Berechnen Sie den Cauchyschen Hauptwert $\int_{-\infty}^{\infty} x \cos(x) \, dx$.
- ii) Zeigen Sie, dass $\int_{-\infty}^{\infty} x \cos(x) \, dx$ divergiert.

Aufgabe 2. (1+2+1.5+1.5 Punkte)

- i) Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$ fixiert. Konvergiert das uneigentliche Integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha} ?$$

- ii) Konvergiert das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} \min \left[\frac{1}{\sqrt{x}}, \frac{1}{x^2} \right] dx ?$$

- iii) Konvergieren die uneigentlichen Integrale

$$\int_0^2 \frac{\cos(x)}{x^2 e^x + \sqrt{x}} \, dx , \quad \int_3^{\infty} \frac{3 - \sin(x)}{x + 1} \, dx ?$$

Bitte wenden.

Aufgabe 3. (4 Punkte) Bestimmen Sie eine Approximation (8 Nachkommastellen) von

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$$

i) mit der Trapez-Regel; *ii)* mit der Simpson-Regel; *iii)* mit der 3/8-Regel; *iv)* mit der summierten Trapez-Regel zu $N = 4$.

Wie groß ist jeweils der (absolute) Fehler?

Aufgabe 4. (2+3+1 Punkte)

i) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n^{ten} Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ sowie das Restglied von

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

ii) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ das Taylorpolynom n^{ten} Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ von

(a) $f(x) = x^2 + e^x$,

(b) $f(x) = e^{x^2}$.

iii) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritter Ordnung zum Entwicklungspunkt 0 der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x^2)$.

Abgabe: Bis Donnerstag, 12.07.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html>