

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 3  
Sommersemester 2018

**Aufgabe 1.** (1.5+1.5+(1+1) Punkte) Es sei  $a \in \mathbb{R}$  fixiert und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M(3, 3).$$

- i) Bestimmen Sie  $\text{rg } A$ .
- ii) Wie lautet die allgemeine Lösung des homogenen Gleichungssystems  $A\underline{x} = \underline{0}$ ?
- iii) (a) Gibt es ein  $\underline{b} \in \mathbb{R}^3$ , sodass das lineare Gleichungssystem  $A\underline{x} = \underline{b}$  keine Lösung hat?  
(b) Gibt es ein  $\underline{b} \in \mathbb{R}^3$ , sodass das lineare Gleichungssystem  $A\underline{x} = \underline{b}$  eine eindeutige Lösung hat?

**Aufgabe 2.** (2+2 Punkte)

- i) Geben Sie eine Matrix  $A \in M(4, 3)$  an mit  $\dim(\text{kern } A) = 1$ .
- ii) Man betrachte die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Sind die linearen Gleichungssysteme  $A\underline{x} = \underline{b}$ ,  $B\underline{x} = \underline{b}$  ( $\underline{x} \in \mathbb{R}^k$ ,  $\underline{b} \in \mathbb{R}^l$ ) für jede rechte Seite  $\underline{b}$  lösbar? Wie sind dabei jeweils  $k$  und  $l$  zu wählen, damit die Ausdrücke definiert sind?

**Aufgabe 3.** (2+2 Punkte) Betrachten Sie die Daten

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y_i & 0 & 1 & 2 & 2 \end{array}.$$

- i) Es sei  $f(x) = a_1 + a_2x$ . Bestimmen Sie  $a_1$ ,  $a_2$  nach der Methode der kleinsten Quadrate zu diesen Daten.

**Bitte wenden.**

- ii) Es sei  $f(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$ . Bestimmen Sie  $a_1, a_2, a_3$  nach der Methode der kleinsten Quadrate zu diesen Daten.

**Aufgabe 4.** (3+4 Punkte) Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in M(3, 3).$$

- i) Existiert die inverse Matrix? Falls ja, so berechnen Sie diese und machen Sie eine Probe.
- ii) Berechnen Sie die  $LR$ -Zerlegung von  $A$  und lösen Sie **mithilfe dieser Zerlegung** das lineare Gleichungssystem  $A\underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Machen Sie eine Probe.

**Abgabe:** Bis Donnerstag, 03.05.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html>