

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 4
Sommersemester 2018

Aufgabe 1. (2+2+2 Punkte)

i) Es sei $a \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 2 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix} \in M(3,3).$$

Berechnen Sie die Determinante von A . Ist A invertierbar?

ii) Zeigen Sie den Determinatenmultiplikationssatz im Spezialfall $A, B \in M(2,2)$.

iii) Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \in M(2,2).$$

Berechnen Sie (falls existent) $\det(AC^{-1})$ sowie $\det(ABC)$.

Aufgabe 2. (3 Punkte) Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion nach der Dimension n :

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & a_{nn} \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^n a_{ii}.$$

Aufgabe 3. (je 2 Punkte) Berechnen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

i) mithilfe der Regel von Sarrus, ii) mithilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes und iii) durch elementare Umformungen.

Hinweis zu iii). Verwenden Sie Aufgabe 2 und beachten Sie, wie sich die Determinante bei der Multiplikation einer Zeile mit einer Konstanten $\lambda \in \mathbb{R}$ ändert.

Bitte wenden.

Aufgabe 4. (2+3 Punkte)

i) Berechnen Sie (für $r > 0$, $\varphi \in \mathbb{R}$)

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -r \sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & r \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

ii) Berechnen Sie (für $r > 0$, $\varphi, \theta \in \mathbb{R}$)

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \cos(\theta) & -r \sin(\varphi) \cos(\theta) & -r \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \cos(\theta) & r \cos(\varphi) \cos(\theta) & -r \sin(\varphi) \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & 0 & r \cos(\theta) \end{pmatrix} .$$

Abgabe: Bis Mittwoch, 09.05.2018, 15.00 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html>