

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 8
Sommersemester 2018

Aufgabe 1. (3+3 Punkte)

i) Es sei $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass ein $\xi \in [0, 1]$ existiert mit $f(\xi) = \xi$ – ein solches ξ nennt man Fixpunkt von f .

Hinweis. Verwenden Sie den Zwischenwertsatz für die Funktion $g(x) = f(x) - x$.

ii) Zeigen Sie weiter, dass die Gleichung

$$2 \cos(\pi x/3) = 3x$$

(mindestens) eine Lösung $x \in (0, 1)$ hat.

Aufgabe 2. (2 Punkte) Es sei $U = (0, 1) \cup (2, 3)$ und $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ sei differenzierbar mit $f'(x) = 0$ für alle $x \in U$. Ist f eine konstante Funktion?

Aufgabe 3. (3 Punkte) Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$ fixiert, und $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|^\alpha$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Ist f differenzierbar im Nullpunkt?

Aufgabe 4. (3 Punkte) Zeigen Sie Satz 5.1 der Vorlesung.

Aufgabe 5. (3+3 Punkte) Betrachten Sie die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos(1/x) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

i) Zeigen Sie, dass die Funktion auf \mathbb{R} differenzierbar ist.

ii) Ist die Ableitung $f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ der Funktion eine stetige Funktion?

Abgabe: Bis Donnerstag, 07.06.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

<https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html>