Fachrichtung Mathematik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Daniel Kraemer

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II, Blatt 9
Sommersemester 2018

Aufgabe 1. (3 Punkte) Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion: Für alle $k \in \mathbb{Z}$ ($x \neq 0$ für $k \leq 0$) gilt

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} x^k = k x^{k-1} .$$

Aufgabe 2. (3+3 Punkte)

i) Bestimmen Sie mithilfe der Reihendarstellungen die Ableitungen von $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\sinh(x)$, $\cosh(x)$. Benutzen Sie dann die Quotientenregel, um die Ableitung von $\cot(x)$ zu berechnen (wo sie existiert).

ii) Berechnen Sie mithilfe des Satzes 5.4 über die Ableitung der Umkehrfunktion die Ableitungen von $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\arctan(x)$, sofern diese existieren.

Aufgabe 3. (6 Punkte) Berechnen Sie, falls existent, die Ableitungen der Funktionen:

$$i)\ f(x) = \sqrt{1 + \exp(\cos(x))}\ , \qquad ii)\ f(x) = a^{(x \exp(x))}\ , \quad a > 0 \text{ fixiert} ,$$

$$iii)\ f(x) = \frac{1-x}{1+x^2}\ , \qquad iv)\ f(x) = \frac{1}{\ln(1+x^2)}\ , \qquad v)\ f(x) = x^x\ ,$$

$$vi)\ f(x) = \arcsin(\sqrt{1-x^2})\ .$$

Aufgabe 4. (1+1+3 Punkte)

i) Die Funktionen f und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seien dreimal differenzierbar. Berechnen Sie $(f \cdot g)^{(3)}$.

ii) Finden Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die auf $\mathbb{R}$ aber drei- aber nicht viermal differenzierbar ist.

iii) Betrachten Sie für $x > 0$ die Funktion $f(x) = \ln(x)/x$ und zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}_0$: Es gilt für alle $x > 0$

$$f^{(n)} = a_n \frac{1}{x^{n+1}} + b_n \frac{\ln(x)}{x^{n+1}}$$

mit $a_0 = 0$, $b_0 = 1$ und

$$a_{n+1} = -a_n(n+1) + b_n\ , \qquad b_{n+1} = -b_n(n+1)\ .$$

Abgabe: Bis Donnerstag, 14.06.2018, 10.10 Uhr, Briefkasten U.G., Geb. E2 5.

Die Übungsblätter finden Sie auch im Netz unter

https://www.math.uni-sb.de/ag/bildhauer/HMI2/hmi2.html