

Tag 1, Thema 2
Funktionen
Blockkurs 2020
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

Kapitel 2.2 “Funktionen”

Übungen

Aufgabe 1. Es seien

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}, \quad C = \{a, b, c, d\}, \quad D = \{2n : n \in \mathbb{N}\}.$$

- i)* Wieviele Abbildungen $A \rightarrow B$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
 - ii)* Wieviele Abbildungen $A \rightarrow C$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
 - iii)* Wieviele Abbildungen $C \rightarrow B$ gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
 - iv)* Gibt es eine Bijektion $D \rightarrow \mathbb{N}$?
-

Aufgabe 2.

- i)* Es sei $f: \mathbb{R} \supset A \rightarrow B \subset \mathbb{R}, x \mapsto (x - 1)^2 + 2$. Finden Sie jeweils A, B , sodass
 - (a) f surjektiv aber nicht injektiv ist;
 - (b) f injektiv aber nicht surjektiv ist;
 - (c) f bijektiv ist;
 - (d) f weder injektiv noch surjektiv ist.

ii) Es seien $g: X \rightarrow Y$ und $f: Y \rightarrow Z$ Abbildungen. Begründen oder widerlegen Sie

(a) g, f bijektiv $\Rightarrow f \circ g$ bijektiv;

(b) $f \circ g$ surjektiv $\Rightarrow f$ surjektiv;

(c) g injektiv, $f \circ g$ bijektiv $\Rightarrow f$ injektiv.

Aufgabe 3. Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Umkehrabbildung.

i) $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad (n, m) \mapsto n + m,$

ii) $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1 + 2x}{3x - 1},$

iii) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad n \mapsto n + 1,$

iv) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad n \mapsto n + 1,$

v) $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), \quad x \mapsto \frac{1}{x^2}.$