

Tag 1, Thema 2  
Funktionen  
Blockkurs 2020  
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

Kapitel 2.2 “Funktionen”

---

Übungen

**Aufgabe 1.** Es seien

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}, \quad C = \{a, b, c, d\}, \quad D = \{2n : n \in \mathbb{N}\}.$$

- i)* Wieviele Abbildungen  $A \rightarrow B$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
  - ii)* Wieviele Abbildungen  $A \rightarrow C$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
  - iii)* Wieviele Abbildungen  $C \rightarrow B$  gibt es? Wieviele davon sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?
  - iv)* Gibt es eine Bijektion  $D \rightarrow \mathbb{N}$ ?
- 

**Aufgabe 2.**

- i)* Es sei  $f: \mathbb{R} \supset A \rightarrow B \subset \mathbb{R}, x \mapsto (x - 1)^2 + 2$ . Finden Sie jeweils  $A, B$ , sodass
  - (a)  $f$  surjektiv aber nicht injektiv ist;
  - (b)  $f$  injektiv aber nicht surjektiv ist;
  - (c)  $f$  bijektiv ist;
  - (d)  $f$  weder injektiv noch surjektiv ist.

ii) Es seien  $g: X \rightarrow Y$  und  $f: Y \rightarrow Z$  Abbildungen. Begründen oder widerlegen Sie

(a)  $g, f$  bijektiv  $\Rightarrow f \circ g$  bijektiv;

(b)  $f \circ g$  surjektiv  $\Rightarrow f$  surjektiv;

(c)  $g$  injektiv,  $f \circ g$  bijektiv  $\Rightarrow f$  injektiv.

---

**Aufgabe 3.** Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Umkehrabbildung.

i)  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad (n, m) \mapsto n + m,$

ii)  $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1 + 2x}{3x - 1},$

iii)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad n \mapsto n + 1,$

iv)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad n \mapsto n + 1,$

v)  $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), \quad x \mapsto \frac{1}{x^2}.$