

Tag 2, Thema 1
Induktion
Blockkurs 2020
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

- i) Kapitel 3.1 “ \mathbb{N}, \mathbb{Z} ” (zum Verständnis)
ii) Kapitel 3.2 “Das Prinzip der vollständigen Induktion”
-

Übungen

Aufgabe 1. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

- i) Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ist gleich n^2 , d.h. für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2 .$$

- ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=0}^n \frac{k+1}{2^k} = 4 - \frac{n+3}{2^n} .$$

- iii) Für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, gilt:

$$\prod_{k=2}^n \frac{k-1}{k+1} = \frac{2}{n^2 + n} .$$

- iv) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $5^n - 1$ durch 4 teilbar.

- v) Für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, gilt $n^2 \geq 2n + 1$.

- vi) $n! \geq 2^n$ für alle $n \geq 4$.

- vii) $\sum_{k=2}^{n-1} \binom{k}{2} = \binom{n}{3}$ für alle $n \geq 3$.

viii) $\prod_{k=1}^n (2k-1) = \frac{(2n)!}{2^n n!}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

ix) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (Hinweis: es gilt $2ab \leq a^2 + b^2$ für alle $a, b \geq 0$).

x) Es sei $k \in \mathbb{N}$ fest. Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $k^n - 1$ durch $(k-1)$ teilbar.