Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
Nina Becker

Lösungen
Tag 2, Thema 2
Kombinatorik
Blockkurs 2020
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

Aufgabe 1.

i) Komplett falsch sind (6-elementige Teilmenge aus 43 Zahlen)

$$\binom{43}{6} = 6096454$$

Möglichkeiten.

ii) Zunächst beobachtet man, dass es insgesamt 210 Möglichkeiten, je eine Karte an die Spieler zu verteilen (3-Permutation aus $\{1, 2, \ldots, 7\}$ ohne Wiederholung).

Davon hat der Spieler A in 30 Fällen die Karte mit der Nummer 5 (Gesamtzahl geteilt durch sieben bzw. wenn der Spieler A die Karte mit der Nummer 5 hat gibt es für die Spieler B und C noch 6×5 Möglichkeiten).

(a) Ist die Karte von Spieler A gleichzeitig höher als die der Spieler B und C, so ist die Verteilung der Karten auf B und C beschrieben durch eine 2-Permutation aus $\{1, 2, \ldots, 4\}$, d.h. es gibt 12 Möglichkeiten.

(b) Nach der Vorbemerkung gibt es $18 = 30 - 12$ Möglichkeiten.

Dies kann man auch explizit über die folgenden Fälle verifizieren:

i. Sowohl Spieler B als auch Spieler C haben eine Karte aus $\{6, 7\}$:
2 Möglichkeiten.

ii. Spieler B hat die 6 oder die 7, Spieler C eine Karte aus $\{1, 2, \ldots, 4\}$:
8 Möglichkeiten.

iii. Spieler C hat die 6 oder die 7, Spieler B eine Karte aus $\{1, 2, \ldots, 4\}$:
8 Möglichkeiten.

Aufgabe 2.

i) Ordnet man jeder der verschiedenen Kugeln ihr Fach zu, so erhält man eine Beschreibung als k-Permuation aus $\{1, 2, \ldots, n\}$ mit Wiederholung, da Mehrfachbelegungen zulässig sind. Es gibt n^k Möglichkeiten.

ii) Die belegten Fächer werden in aufsteigender Reihenfolge in ein k-Tupel eingetragen, wobei Mehrfachbelegungen gleichen Einträgen entsprechen.

Man erkennt eine k-Kombination aus $\{1, 2, \ldots, n\}$ mit Wiederholung und entsprechend gibt es

$$\binom{n+k-1}{k} \quad \text{Möglichkeiten .}$$

Aufgabe 3.

i) Für die erste Stelle haben wir 8 Möglichkeiten (die erste Stelle kann nicht 0 und nicht 9 sein). Für die übrigen $n-1$ Stellen können wir eine beliebige Ziffer zwischen 0 und 8 wählen, das sind jeweils 9 Möglichkeiten ($(n-1)$-Permutation aus $\{0, \ldots, 8\}$ mit Wiederholung). Insgesamt gibt es also $8 \cdot 9^{n-1}$ mögliche natürliche Zahlen ohne die Ziffer 9 in der Dezimaldarstellung.

ii) (a) Wird nicht zwischen den Personen unterschieden (d.h. es ist nur relevant welche Plätze belegt sind, aber nicht von wem), so gibt es

$$\binom{20}{3} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1140$$

Möglichkeiten.

(b) Wird zwischen den Personen unterschieden (d.h. es ist zusätzlich relevant welche Person auf welchem Platz sitzt), so gibt es

$$3! \cdot \binom{20}{3} = 6 \cdot 1140 = 6840$$

Möglichkeiten.