

Tag 2, Thema 3
 Körper
 Blockkurs 2020
 Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

- i)* Kapitel 3.1 “ \mathbb{N}, \mathbb{Z} ” (Definition einer Gruppe)
ii) Kapitel 4.1 “Die rationalen Zahlen”

Übungen

Aufgabe 1. Es sei M die Menge $M = \{0, 1\}$ versehen mit den Verknüpfungen „+“ und „·“, die über folgende Verknüpfungstabellen definiert seien:

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \text{sowie} \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} .$$

Verifizieren Sie anhand der Tabellen, dass $(M, +, \cdot)$ ein Körper ist.

Aufgabe 2. Es sei $M = \{0, 1, 2, 3\}$ und die Verknüpfungen $+_4: M \times M \rightarrow M$ und $*_4: M \times M \rightarrow M$ seien durch die Verknüpfungstabellen

$$\begin{array}{c|cccc} +_4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{c|cccc} *_4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

definiert. Ist $(M, +_4, *_4)$ ein Körper?