

Tag 6, Thema 1  
Polynominterpolation  
Blokkurs 2020  
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure I

Kapitel 7 “Polynominterpolation“

---

Übungen

**Aufgabe 1.**

i) Es seien  $j \in \{0, 1, \dots, n\}$  fixiert und

$$L_j(x) := \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}.$$

Berechnen Sie  $L_j(x_l)$  für alle  $l = 0, 1, 2, \dots, n$ .

ii) Zeigen Sie Satz 7.1 (Lagrangesche Darstellung des Interpolationspolynoms) der Vorlesung.

---

**Aufgabe 2.** Von einer Funktion  $y = f(x)$  seien die folgenden Werte bekannt:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x & \frac{1}{2} & 1 & 2 & 4 \\ \hline y & -1 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

- i) Um welche Logarithmus-Funktion handelt es sich?  
ii) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom  $p_3(x)$  mit dem Verfahren von Newton!  
iii) Vergleichen Sie  $p_3(3)$  mit dem exakten Wert  $f(3)$ .

*Bitte wenden.*

**Aufgabe 3.** Gegeben Sei die Wertetabelle

$j$	0	1	2
$x_j$	-2	1	2
$y_j$	0	2	-1

und  $p_2(x)$  sei das Interpolationspolynom zu den Stützstellen  $x_j$  mit Werten  $y_j$  ( $0 \leq j \leq 2$ ). Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung.

---

**Aufgabe 4.** Gegeben sei die Wertetabelle

$j$	0	1	2
$x_j$	-1	1	2
$y_j$	-1	1	5

und es sei  $p_2(x)$  das Interpolationspolynom zu den Stützstellen  $x_j$  mit den Werten  $y_j$ ,  $0 \leq j \leq 2$ .

- i)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung).
  - ii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung).
  - iii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(-2)$  mittels des Algorithmus von Neville.  
(b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (0, 1)$  hinzu, und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(-2)$  mittels des Algorithmus von Neville).
- 

**Aufgabe 5.** Gegeben sei die Wertetabelle

$j$	0	1	2
$x_j$	0	1	3
$y_j$	3	1	2

$p_2(x)$  sei das Interpolationspolynom zu den Daten  $(x_j, y_j)$ ,  $0 \leq j \leq 2$ .

- i)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung.

- (b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (5, 3)$  hinzu und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Lagrangeschen Darstellung).
- ii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung.
- (b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (5, 3)$  hinzu und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(x)$  mittels der Newtonschen Darstellung).
- iii)* (a) Berechnen Sie  $p_2(2)$  mittels des Algorithmus von Neville.
- (b) Fügen Sie der Wertetabelle den Punkt  $(x_3, y_3) = (5, 3)$  hinzu und bearbeiten Sie die Aufgabe erneut (d.h. berechnen Sie  $p_3(2)$  mittels des Algorithmus von Neville).