UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Lösung zum 4. Testat zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

11.01.2019 Bearbeitungszeit: 15 Minuten

Name: ____________________

Vorname: ____________________

Matrikelnr.: ____________________

Kreuzen Sie die Kästchen aller richtigen Antworten an und lassen Sie die Kästchen der falschen Antworten leer. Es können in jeder Aufgabe auch mehrere oder keine Antworten richtig sein.

Frage 1

Seien $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion und $x_0 \in \mathbb{R}$.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☒ Hat f in x_0 ein lokales Extremum, so gilt $f'(x_0) = 0$.

☒ Ist $f' \equiv 0$ auf $\mathbb{R}$, so ist f konstant auf $\mathbb{R}$.

☒ Ist $f'(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, so ist f monoton wachsend auf $\mathbb{R}$.

☐ f besitzt ein lokales Extremum.

Frage 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☒ $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{\ln(1+x)} = 2$

☐ $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = 1$

☐ Die Funktion
$$f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto x^2$$
ist rechtsgekrümmt.

☐ Die Funktion
$$g\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto x^4$$
hat einen Wendepunkt in $x_0 = 0$.

(bitte wenden)

Frage 3

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☒ Hat die Funktion $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$ eine Potenzreihenentwicklung

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \qquad \text{für } x \in (-1,1),$$

so ist f unendlich oft differenzierbar.

☐ Ist $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ unendlich oft differenzierbar mit $f^{(10)} \equiv 0$ auf $\mathbb{R}$, so ist f ein Polynom höchstens 5-ten Grades.

☒ Die Exponentialfunktion

$$\exp\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto e^x$$

wird an jeder Stelle $x \in \mathbb{R}$ durch ihre Taylorreihe im Punkt $x_0 = 0$ dargestellt.

☒ Die Taylorreihe der Funktion

$$(-1,1) \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto \frac{1}{1-x}$$

im Punkt $x_0 = 0$ ist gegeben durch

$$(-1,1) \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto \sum_{n=0}^{\infty} x^n.$$

Frage 4

Sei $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☒ Anschaulich beschreibt das Integral von f über $[0,1]$ die Größe F der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse.

☒ Gilt $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [0,1]$, so ist

$$\int_0^1 f(x)dx \geq 0.$$

☒ Es gilt immer

$$\left| \int_0^1 f(x)dx \right| \leq \int_0^1 |f(x)|dx.$$

☐ Es gibt keine stetige Funktion $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ mit

$$\int_0^1 f(x)dx = 0.$$
