UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Lösungsvorschlag
Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 0 Abgabetermin: /

Aufgabe 1

(a) Für $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$3x - 4 = 5 \quad \Leftrightarrow \quad x = 3.$$

(b) Für $x \in \mathbb{R}$ liefert eine quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned}
x^2 - x = 2 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \\
&\Leftrightarrow \quad x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \vee \quad x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad x = 4 \quad \vee \quad x = -1.
\end{aligned}$$

(c) Durch hinsehen erkennt man, dass $x = 1$ eine Lösung der Gleichung $x^3 - 21x + 20 = 0$ ist. Die Polynomdivision

$$\begin{array}{rrrrl}
(& x^3 & & -21x + 20) & : (x-1) = x^2 + x - 20 \\
 & \underline{-x^3 + x^2} & & & \\
 & & \underline{x^2 - 21x} & & \\
 & & \underline{-x^2 + x} & & \\
 & & & -20x + 20 & \\
 & & & \underline{20x - 20} & \\
 & & & 0 &
\end{array}$$

liefert

$$\begin{aligned}
x^3 - 21x + 20 = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad x^2 + x - 20 = 0 \quad \vee \quad x = 1 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 20 = 0 \quad \vee \quad x = 1 \\
&\Leftrightarrow \quad \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} = 0 \quad \vee \quad x = 1 \\
&\Leftrightarrow \quad x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \quad \vee \quad x + \frac{1}{2} = -\frac{9}{2} \quad \vee \quad x = 1 \\
&\Leftrightarrow \quad x = 4 \quad \vee \quad x = -5 \quad \vee \quad x = 1.
\end{aligned}$$

(bitte wenden)

Aufgabe 2

Es gilt

(a) $\frac{5}{3} + \frac{7}{4} = \frac{20}{12} + \frac{21}{12} = \frac{41}{12}$

(b) $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{21} = \frac{1}{21}$

(c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

(d) $4^8 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 4^{-7} = 4^{8-7} \cdot 2^{5-3} = 4 \cdot 2^2 = 16$

(e) $\frac{\sqrt{xy}}{y \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}^2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{y}} = y^{-\frac{1}{2}}$

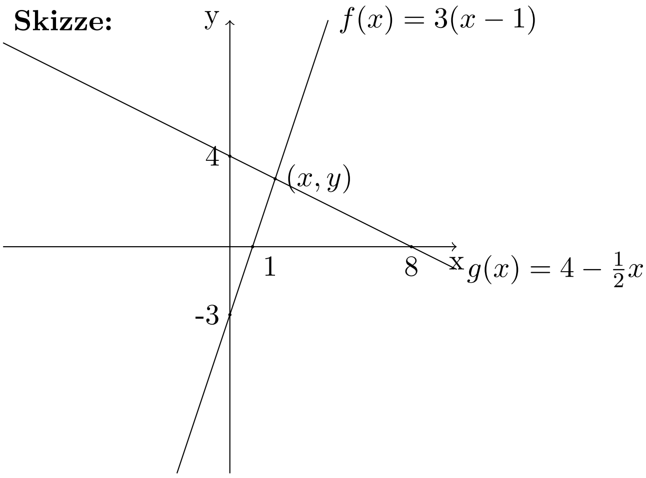
(f) $\left(\frac{x^3y^{-4}}{y^{-5}y^2}\right)^{-2} = \frac{\left(y^{-3}\right)^2}{\left(x^3y^{-4}\right)^2} = \frac{y^{-6}}{x^6y^{-8}} = \frac{y^2}{x^6}$

(g) $\log_{10}\left(\sqrt[3]{10}\right) = \log_{10}\left(10^{\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{3}$

(h) $\log_{10}\left(\sqrt[5]{10^4}\sqrt[3]{10}\right) = \log_{10}\left(10^{\frac{4}{5}}10^{\frac{1}{3}}\right) = \log_{10}\left(10^{\frac{12}{15}+\frac{5}{15}}\right) = \log_{10}\left(10^{\frac{17}{15}}\right) = \frac{17}{15}$

(i) $\log_{10}(12) - \log_3(120) + \log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = \log_{10}\left(\frac{12}{120}\right) + \log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = \log_{10}\left(\frac{1}{10}\right) + \log_{10}\left(10^{-2}\right) = -1 - 2 = -3.$

Aufgabe 3



Für die x-Koordinate des Schnittpunktes $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ der Funktionsgraphen von f und g gilt

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) \quad &\Leftrightarrow \quad 3(x-1) = 4 - \frac{1}{2}x \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{7}{2}x = 7 \\ &\Leftrightarrow \quad x = 2. \end{aligned}$$

Also ist

$$(x, y) = (2, f(2)) = (2, g(2)) = (2, 3) \in \mathbb{R}^2$$

der gesuchte Schnittpunkt.

(bitte wenden)