



Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 10

Abgabetermin: 15.01.2019

Aufgabe 37

(4 Punkte)

Ermitteln Sie denjenigen Punkt $P = (x, f(x))$ auf dem Graphen der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4,$$

welcher minimalen Abstand zum Ursprung $(0, 0)$ hat. (*Hinweis*: Der Abstand eines Punktes $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ zum Nullpunkt $(0, 0)$ ist gegeben durch $\sqrt{x^2 + y^2}$.)

Aufgabe 38

(2+2+2+2+2=10 Punkte)

Führen Sie eine Kurvendiskussion für die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x^2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}$$

durch. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Bestimmen Sie die Nullstellen sowie die lokalen Extremstellen der Funktion f .
- Bestimmen Sie die Wendestellen und das Krümmungsverhalten der Funktion f .
- Berechnen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2},$$

- Bestimmen Sie das Monotonieverhalten der Funktion f .
- Skizzieren Sie den Funktionsgraphen der Funktion f in ein geeignetes Koordinatensystem.

Aufgabe 39

(4 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2(x)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)x}{\sin(x)}$$

(bitte wenden)

Aufgabe 40**(2+2=4 Punkte)**

- (a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom dritter Ordnung im Punkt $x_0 = 0$ der Funktion

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \sin(x^2).$$

- (b) Berechnen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe die Taylorreihe der Funktion

$$f: (-4, 4) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{1}{4-x}.$$

im Punkt $x_0 = 0$.
