UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 12 Abgabetermin: 29.01.2019

Wichtig: Bitte denken Sie daran, dass Sie sich rechtzeitig im HISPOS/LSF für die Abschlussklausuren anmelden müssen. Sie können sich für den ersten Klausurtermin bis zum 04.02.19 23:59 Uhr anmelden (für den zweiten Klausurtermin ist dies bis zum 14.03.19 23:59 Uhr möglich). Beachten Sie, dass Sie nur dann an einer Abschlussklausur teilnehmen dürfen, wenn Sie alle nötigen Zulassungsvoraussetzungen erfüllen (auf der Homepage zur Vorlesung werden wir rechtzeitig eine Liste aller zugelassenen Studierenden hochladen). Andernfalls haben Sie ebenfalls bis zum 04.02.19 (bzw. 14.03.19) 23:59 Uhr Zeit sich noch einmal von der Abschlussklausur abzumelden.

Aufgabe 45 (2+2+2=6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ (b) $\displaystyle\int_0^\infty x e^{-x^2}\,dx$ (c) $\displaystyle\int_{e^2}^\infty \frac{dx}{x\,(\ln(x))^2}$

Aufgabe 46 (2+2 = 4 Punkte)

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegungen von

$$\frac{7x^2-19x+30}{x(x^2-6x+10)} \qquad \text{und} \qquad \frac{2x-1}{(x-1)^2}.$$

Aufgabe 47 (4 Punkte)

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2x^3-4x^2+2}{x^2-2x}\,dx.$$

(*Hinweis : Polynomdivision mit Rest, Partialbruchzerlegung.*)

(bitte wenden)

Lässt man den Graphen einer stetigen Funktion $f\colon [a,\infty) \to \mathbb{R}$ um die x-Achse rotieren, so definiert man das Volumen V des so erhaltenen Rotationskörpers $R(f)$ analog zu Anwendung 11.6 (b) durch

$$V = \pi \int_a^\infty f(x)^2 \, dx,$$

sofern das uneigentliche Integral existiert.

Aufgabe 48 **(3+1=4 Punkte)**

(a) Berechnen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_3^\infty \frac{dx}{x^2 - 6x + 10},$$

indem Sie den Integranden zunächst durch eine geeignete Substitution auf die Form $\frac{1}{u^2+1}$ bringen.

(b) Geben Sie eine Funktion $f\colon [3,\infty) \to \mathbb{R}$ an mit der Eigenschaft, dass das Volumen V des Rotationskörpers $R(f)$ (bei Rotation des Graphen von f um die x-Achse) dem Wert des Integrals aus Teil (a) entspricht.

Aufgabe 49* **(4* Punkte)**

Es sei $r > 0$. Berechnen Sie die Länge $L(\gamma)$ der parametrisierten Kurve

$$\gamma\colon [0,\pi] \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad t \longmapsto (r\cos(t), r\sin(t)).$$
