



Übungen zur Vorlesung  
Mathematik für Naturwissenschaftler I  
Wintersemester 2018/2019

Blatt 2

Abgabetermin: 06.11.2018

---

**Aufgabe 5**

**((1+1)+2=4 Punkte)**

- (a) Ein Passwort soll mit drei verschiedenen Großbuchstaben beginnen, gefolgt von drei bis fünf Ziffern zwischen 0 und 9.
- (i) Wie viele mögliche Passwörter gibt es insgesamt?
  - (ii) Wie viele Passwörter gibt es, die die Zeichenfolge 'B4' enthalten?
- (b) Wie viele unterschiedliche Wörter mit elf Buchstaben lassen sich mit Hilfe der Buchstaben des Wortes "Mississippi" bilden?
- 

**Aufgabe 6**

**((2+2)+2+2=8 Punkte)**

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion:

- (a) Es gelten die Formeln

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k2^k = 2 + 2^{n+1}(n-1)$$

- (b) Die Zahl  $n^3 + 2n$  ist für alle  $n \in \mathbb{N}$  durch 3 teilbar.
- (c) Für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 4$  gilt die Ungleichung  $2^n \leq n!$ .
- 

**Aufgabe 7**

**(1+2+2=5 Punkte)**

Organische Substanzen enthalten Kohlenstoff; dieser besteht zu einem kleinen Teil aus dem radioaktiven Isotop  $C^{14}$ . In *lebenden* Organismen findet man  $6 \cdot 10^{10}$   $C^{14}$ -Atome pro Gramm Kohlenstoff, und diese Konzentration bleibt während des Lebens durch Stoffaustausch mit der Umgebung stabil. *Nach dem Tode* nimmt die Konzentration durch radioaktiven Zerfall der  $C^{14}$ -Atome ab, jährlich um einen gewissen Faktor  $q$ .

- (a) Es bezeichne  $K(0)$  die  $C^{14}$ -Konzentration unmittelbar nach dem Tod eines Organismus und  $K(n)$  die Konzentration nach Ablauf von  $n$  Jahren ( $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ ). Drücken Sie  $K(n)$  durch eine Formel aus, die nur  $q, K(0)$  und  $n$  enthält und beweisen Sie deren Gültigkeit mit vollständiger Induktion.

**(bitte wenden)**

- (b) Bestimmen Sie den Faktor  $q$  aus der Tatsache, dass nach 5760 Jahren die Hälfte der  $C^{14}$ -Atome zerfallen ist. Runden Sie ihr Ergebnis auf 5 Nachkommastellen. (Man sagt: die *Halbwertszeit* von  $C^{14}$  beträgt 5760 Jahre.)
- (c) Der Krater Lake in Oregon (USA) entstand durch einen Vulkanausbruch. Dabei verbranntes Holz enthält heute noch  $2,8 \cdot 10^{10}$   $C^{14}$ -Atome pro Gramm Kohlenstoff. Vor wie vielen Jahren fand die Naturkatastrophe statt?
- 

### Aufgabe 8

(1+2=3 Punkte)

- (a) Ein Vater möchte, dass seiner Tochter am 31.12.2035 ein Betrag von 30000€ ausgezahlt wird. Welche Summe musste er am 01.01.2018 anlegen, wenn er mit einer jährlichen Verzinsung von 5% rechnet?
- (b) Eine Frau möchte 24000€ in einen Sparvertrag investieren, dessen Sparsumme Sie sich nach 12monatiger Laufzeit auszahlen lässt. Sie bekommt von ihrer Bank die folgenden beiden Anlagemöglichkeiten.
- (1) Die komplette Summe wird ein volles Jahr angelegt und mit einem jährlichen Zinssatz von 4% verzinst.
  - (2) Die Summe wird als Ratensparvertrag mit einem Jahreszins von 8% und einer Sparrate von 2000€, die zum ersten eines jeden Monats über 12 Monate eingezahlt wird, angelegt.

Bei welcher der beiden Anlageoptionen bekommt die Frau nach einem Jahr den höchsten Geldbetrag ausgezahlt?

---