UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 3 Abgabetermin: 13.11.2018

Aufgabe 9 (3+2+2=7 Punkte)

(a) Schreiben Sie folgende komplexe Zahlen in Polarkoordinaten, d.h. in der Form $re^{i\theta}$ ($r > 0, \theta \in [0, 2\pi)$):

$$1 - i, \quad (1 + i)^2, \quad e^{i\frac{5}{2}\pi}$$

(b) Lösen Sie die Gleichung $4z^2 - \frac{13}{16} = 3iz$ mithilfe einer quadratischen Ergänzung.

(c) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = 1 - i$.

Aufgabe 10 (2+2=4 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die folgenden Ungleichungen erfüllt sind.

(a) $|x + 4| + |x| - x - 8 < 0$ (b) $|\,|x - 5| - 3\,| \leq 4$

Aufgabe 11 (2+2=4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzerte existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{17n^4 + 7}{13n^4 + n^2 - 5}$ (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{6n^7 + n}{n^6 + 5n^2}$

Aufgabe 12 (2+2=4 Punkte)

(a) Geben Sie je ein Beispiel für Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ reeller Zahlen mit folgenden Eigenschaften an:

(i) $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 1$ und weder $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ noch $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergieren.

(ii) $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 1$, $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$.

Begründen Sie Ihre Antwort!

(b) Es gelte $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 1$ und $\lim_{n\to\infty} a_n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass dann auch die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert. (*Hinweis : Wählen Sie $N \in \mathbb{N}$ mit $a_n \neq 0$ für alle $n \geq N$ und betrachten Sie die Folge* $\left(\frac{1}{a_n}\right)_{n\geq N}$.)
