UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 6 Abgabetermin: 04.12.2018

Aufgabe 21 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Gleichung
$$e^{x-2} = 3x - 6$$
(mindestens) eine Lösung $x \in [2,3]$ besitzt.

Aufgabe 22 (2+2=4 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} = 4$$
gilt. (*Hinweis : Berechnen Sie* $\left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^2$ *mit der Cauchy-Produktformel.*)

(b) Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+m}} \right)$.

Aufgabe 23 (4 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas den Wert des Polynoms $3x^3 + 2x - 4$ an den Stellen $x = 2$ und $x = -4$

Aufgabe 24 (2+2+2=6 Punkte)

Zerlegen Sie folgende Polynome über $\mathbb{C}$ vollständig in Linearfaktoren:

(a) $z^3 + z^2 + z + 1$ (b) $z^4 - 2z^3 + z^2 - 4$ (c) $z^3 + z^2 + 2z + 2$

(*Hinweis : Raten Sie Nullstellen und benutzen Sie dann das Horner-Schema oder Polynomdivision.*)

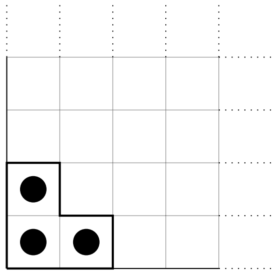
(bitte wenden)

Die folgende Aufgabe ist eine Zusatzaufgabe zum knobeln. Sie können durch die Bearbeitung zusätzliche Übungspunkte sammeln, Sie haben im Hinblick auf die Klausurzulassung jedoch keine Nachteile, wenn Sie die Aufgabe nicht bearbeiten. Der Inhalt dieser Aufgabe ist nicht klausurrelevant.

Aufgabe * (4* Punkte)

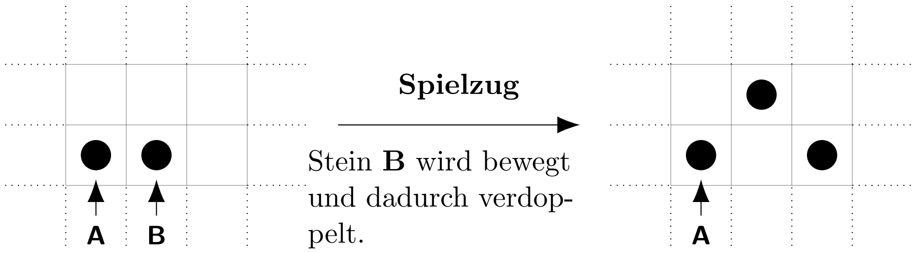
Wir betrachten das unendlich große Schachbrett

(1)



wobei in den hervorgehobenen drei Feldern (im Folgenden als *Gefängnis* bezeichnet) in der linken unteren Ecke des - ansonsten leeren - Schachbretts drei Spielsteine platziert werden, die durch einen Spielzug genau nach folgender Regel bewegt werden dürfen:

Befindet sich auf einem Feld X ein Spielstein und sind die unmittelbar oben und rechts daran angrenzenden Felder beide leer (das heißt auf ihnen liegt kein Spielstein), so darf man diese beiden leeren Felder mit einem Spielstein versehen und muss im Gegenzug den Spielstein von Feld X entfernen



Stein **B** kann bewegt werden. Stein **A** kann nicht bewegt werden.

Stein **A** darf im nächsten Spielzug bewegt werden.

Beantworten Sie mit Hilfe von Aufgabe 22 und dem Schaubild

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

die folgende Frage (Sie dürfen anschaulich argumentieren):

Ist es möglich, ausgehend von dem Startbrett (1) nach endlich vielen Zügen alle drei Spielsteine aus dem Gefängnis zu entfernen?