UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG 6.1 – MATHEMATIK
Prof. Dr. Jörg Eschmeier
M.Sc. Daniel Kraemer

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2018/2019

Blatt 8 Abgabetermin: 18.12.2018

Aufgabe 29 (2+2+2=6 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}-1\right)$ (b) $\lim\limits_{n\to\infty} n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$ (c) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)-1\right)$

(*Hinweis : Die auftretenden Folgenglieder lassen sich als Differenzenquoienten geeigneter differenzierbarer Funktionen interpretieren.*)

Aufgabe 30 (1+1+1+1=4 Punkte)

Berechnen Sie den Konvergenzradius der folgenden Reihen:

(a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n x^n$ (b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} nx^n$ (c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}(x-1)^n$ (d) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\sqrt{2}^n x^n$

Aufgabe 31 (2+2=4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion:

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ ist die n-te Ableitung der Funktion

$$f\colon (0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto \sqrt{2x}$$

gegeben durch

$$f^{(n)}(x) = (-1)^{n+1}\left(\prod_{k=1}^{n-1}(2k-1)\right)(2x)^{-\frac{2n-1}{2}}.$$

(b) Es sei $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$. sind $f_1,\ldots,f_n\colon I \to (0,\infty)$ differenzierbare Funktionen, so gilt die Formel

$$(\ln(f_1\ldots f_n))' = \sum_{k=1}^{n}\frac{f_k'}{f_k}.$$

(bitte wenden)

Aufgabe 32 **(3 Punkte)**

Für welche reelle Zahl $c \in \mathbb{R}$ hat das Polynom

$$p_c \colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto 4x^3 - cx + 1$$

an der Stelle $x_0 = 1$ die Ableitung $p_c'(x_0) = 4$. Begründen Sie Ihre Antwort!