Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

Probleme der Algebraischen Zahlentheorie, SS 2013

Problem 13.
(*i*) Es sei χ der wohlbestimmte Dirichlet-Charakter über $\mathbb{Q}$ mit $cond(\chi) = 4$, d.h. $\chi(n) = 1, -1, 0$ für $n \in \mathbb{Z}$, $n \equiv 1, 3, 0$ oder $2 \pmod 4$.
Berechnen Sie numerisch $L(\chi, 1)$. Wieviele Terme der Dirichlet-Reihe brauchen Sie für einen Fehler $< \varepsilon$ für $\varepsilon = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$?
(*ii*) Finden Sie einen geschlossenen Ausdruck für $L(\chi, s)\zeta(s)$ für $\sigma > 1$. Inwiefern erleichtert dies die Bestimmung von $L(\chi, 1)$?

Problem 14.
(*i*) Beschreiben Sie die Dirichlet-Charaktere χ modulo 8. Welche davon sind primitiv?
(*ii*) Berechnen Sie $L(\chi, 1)$ für alle diese χ.
(*iii*) Berechnen Sie das Residuum von ζ_K für den Körper $K = \mathbb{Q}(\varepsilon_8)$ mit einer prmitiven 8-ten Einheitswurzel ε_8.
(*iv*) Bestimmen Sie die Klassenzahl von K.
Hinweis: Für jedes $\sigma \in \mathrm{Gal}(K \mid \mathbb{Q})$ ist $\frac{1+\sigma(\varepsilon)}{1+\varepsilon}$ eine Einheit in $\mathcal{O}_K^*$.

Diese Probleme werden ab 04.07.2013 in der Übung besprochen.