Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

0. Übung zu Einführung in die analytische Zahlentheorie
SS 2016

Aufgabe 1. *(0 Punkte)*
Es sei $I = [a, b]$ mit $a < b$ und

$$\widetilde{V} := \widetilde{V}[a, b] = \{f : I \to \mathbb{R} \mid v(f) < \infty\}\,,$$
$$v(f) := \sup_{\substack{\Delta=(x_0,\ldots,x_n) \\ \text{Unterteilung von } I}} \sum_{1 \le i \le n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|\;.$$

Zeigen Sie: $\widetilde{V}$ ist ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und $v : \widetilde{V} \to \mathbb{R}$ induziert eine Norm auf dem Quotientenraum $V := \widetilde{V}/\mathbb{R}$ nach dem eindimensionalen Unterraum $\mathbb{R}$ der konstanten Funktionen, bzgl. der V vollständig ist.

Aufgabe 2. *(0 Punkte)*
Es sei $f : \mathbb{R}_{\ge 0} \to \mathbb{R}$ stetig und $F : \mathbb{R}_{\ge 0} \to \mathbb{R}$ die Funktion

$$F(x) = \int_0^x f(t) d[t]\,.$$

Ist F stetig? Geben Sie für $0 < \varepsilon < 1$ und $n \in \mathbb{N}$ die Werte von $F(n - \varepsilon), F(n)$ und $F(n + \varepsilon)$ an.

Aufgabe 3. *(0 Punkte)*
Betrachten Sie die Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \begin{cases} 1 & , x \le 1 \\ \log(x) & , 1 < x < 2 \\ 2 & , 2 \le x\,. \end{cases}$$

Berechnen Sie die folgenden Riemann-Stieltjes-Integrale:
(i) $\int_{-2}^{3} x^2 d\,|x|$;
(ii) $\int_1^2 x^2 d(\log(x))$;
(iii) $\int_0^2 x^2 d(x + g(x))$.

keine Abgabe
Besprechung am Freitag, den 29.04.2016