

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



**Probleme der Algebraischen Zahlentheorie,
WS 2012/2013**

Problem 2.

(i) Berechnen Sie elementar den Ganzheitsring von

- $\alpha) \quad \mathbb{Q}(\sqrt{-5})$
- $\beta) \quad \mathbb{Q}(\sqrt{5})$
- $\gamma) \quad \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$

und die Einheitengruppe zu α) und β).

(ii) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ kein Hauptidealring ist. D.h. finden Sie Ideale \mathfrak{a} von $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$, die keine Hauptideale sind. (Sind die von 2 bzw. von 3 in $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ erzeugten Ideale maximal?)

(iii) $\mathbb{Q}(\sqrt{-5})$ kann kein euklidischer Ring sein (Warum?). Finden Sie $a, b \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$, für die keine $q, r \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ existieren mit $a = qb + r$ und $N(r) < N(b)$.