

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



**Probleme der Algebraischen Zahlentheorie,
WS 2012/2013**

Problem 7.

Ein Ring heißt *semilokal*, wenn er nur endlich viele maximale Ideale besitzt.

- (i) Versuchen, Sie ein allgemeines Konstruktionsverfahren für semilokale Ringe zu finden.
- (ii) Zeigen Sie: Jeder semilokale Dedekindring ist ein Hauptidealring.
- (iii) Zeigen Sie: Jedes Ideal \mathfrak{a} eines Dedekindringes kann durch höchstens zwei Elemente erzeugt werden.

Problem 8.

Sei $L \subset \mathbb{R}^n$ eine Untergruppe.

Zeigen Sie: Wenn L zwei der folgenden Eigenschaften erfüllt, erfüllt es automatisch auch die dritte.

- (i) L ist diskret in \mathbb{R}^n .
- (ii) L ist (als Gruppe) isomorph zu \mathbb{Z}^n .
- (iii) Der Quotientenraum \mathbb{R}^n/L mit der gewöhnlichen Quotiententopologie ist kompakt.

In diesem Fall heißt L ein *Gitter*.