Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp

Probleme der Algebraischen Zahlentheorie,
WS 2012/2013

Problem 7.
Ein Ring heißt *semilokal*, wenn er nur endlich viele maximale Ideale besitzt.
(i) Versuchen, Sie ein allgemeines Konstruktionsverfahren für semilokale Ringe zu finden.
(ii) Zeigen Sie: Jeder semilokale Dedekindring ist ein Hauptidealring.
(iii) Zeigen Sie: Jedes Ideal $\mathfrak{a}$ eines Dedekindringes kann durch höchstens zwei Elemente erzeugt werden.

Problem 8.
Sei $L \subset \mathbb{R}^n$ eine Untergruppe.
Zeigen Sie: Wenn L zwei der folgenden Eigenschaften erfüllt, erfüllt es automatisch auch die dritte.
(i) L ist diskret in $\mathbb{R}^n$.
(ii) L ist (als Gruppe) isomorph zu $\mathbb{Z}^n$.
(iii) Der Quotientenraum $\mathbb{R}^n/L$ mit der gewöhnlichen Quotiententopologie ist kompakt.
In diesem Fall heißt L ein *Gitter*.