

Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1, Mathematik
Prof. Dr. Ernst-Ulrich Gekeler
M.Sc. Philipp Stopp



Probleme der Algebraischen Zahlentheorie,
WS 2012/2013

Problem 13.

- (i) Berechnen Sie für quadratfreies $m \in \mathbb{Z}$ die Zerfällung der Primzahl p (d.h. des Primideals $p\mathcal{O}_K$) in $K = \mathbb{Q}(\sqrt{m})$.
- (ii) Beschreiben Sie den wohlbestimmten (!) quadratischen Teilkörper des p -ten Kreisteilungskörpers K_p für $p = 5, 7, 11, 13, \dots$.

Problem 14.

Es sei K ein diskret bewerteter Körper und V ein K -Vektorraum. Zwei nichtarchimedische Normen $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_2$ auf V heißen:

- *äquivalent*, wenn $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_2$ auf den selben Konvergenzbegriff führen;
- *stark äquivalent*, wenn Konstanten $C, D > 0$ existieren mit der Eigenschaft

$$\|x\|_2 \leq C \|x\|_1, \quad \|x\|_1 \leq D \|x\|_2, \quad \forall x \in V.$$

Zeigen Sie, dass beide Äquivalenzbegriffe übereinstimmen.